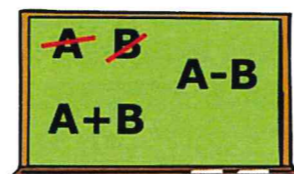
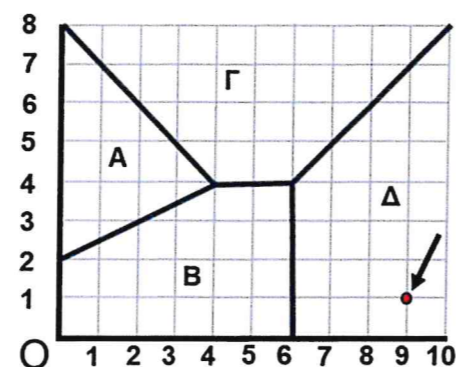


26) Ένας μαθητής ξεκινά με δύο αριθμούς γραμμένους στον πίνακα. Στη συνέχεια τους διαγράφει και στην θέση τους γράφει το άθροισμα των δύο αριθμών και τη θετική διαφορά των δύο αριθμών. Κατόπιν συνεχίζει την ίδια διαδικασία με τους νέους αριθμούς. Αν ξεκινήσει με τους αριθμούς 3 και 5 και επαναλάβει την διαδικασία 50 φορές, ποιοι θα είναι οι δύο αριθμοί στους οποίους θα καταλήξει;



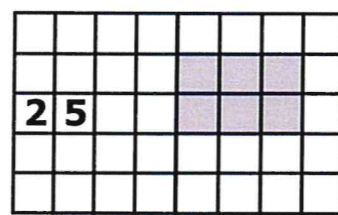
- A) 3^{25} και 5^{25} B) 3^{50} και 5^{50} Γ) 2×3^{25} και 2×5^{25}
Δ) 3×2^{25} και 5×2^{25} E) κανένα από τα προηγούμενα

27) Ο χάρτης δείχνει μια μικρή πόλη που έχει 4 σχολεία. Κάθε μαθητής πρέπει να φοιτήσει στο σχολείο που βρίσκεται πλησιέστερα στο σπίτι του. Στον χάρτη φαίνονται οι περιοχές Α, Β, Γ, Δ όλων των σημείων που βρίσκονται πλησιέστερα, αντίστοιχα, σε κάθε σχολείο. Οι συντεταγμένες του σχολείου στην περιοχή Δ είναι (9,1). Ποιες είναι οι συντεταγμένες του σχολείου στην περιοχή Α;



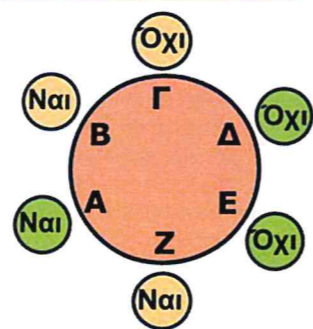
- A) (0,4) B) (1,4) Γ) (1,5)
Δ) (1,6) E) (2,4)

28) Ο Ευκλείδης έχει γράψει από έναν αριθμό σε κάθε κελί ενός 5×8 πίνακα. Το άθροισμα όλων των αριθμών σε οποιοδήποτε 2×3 ή 3×2 ορθογώνιο (για παράδειγμα το σκιασμένο) είναι 0. Οι αριθμοί σε δύο από τα κελιά είναι σημειωμένοι στην εικόνα. Πόσο είναι το άθροισμα όλων των αριθμών στον πίνακα;



- A) -5 B) -2 Γ) 2 Δ) 5 E) κανένα από τα προηγούμενα

29) Μια ομάδα τριών **πράσινων ανθρώπων** από τον πλανήτη Άρη και μια ομάδα τριών **κίτρινων ανθρώπων** από τον πλανήτη Δία κάθονται γύρω από ένα τραπέζι, όπως στην εικόνα. Ένας από τους έξι έχει το κλειδί του ιπτάμενου δίσκου τους. Όλα τα μέλη κάποιας από τις δύο ομάδες (δεν ξέρουμε ποιας) λένε πάντα την αλήθεια και όλα τα μέλη της άλλης ομάδας λένε πάντα ψέματα. Και οι έξι ρωτήθηκαν αν «**ένα από τα δύο άτομα που κάθονται δίπλα σας έχει το κλειδί του ιπτάμενου δίσκου**». Οι απαντήσεις τους φαίνονται στην εικόνα. Ποιος έχει το κλειδί;



- A) Α B) Β Γ) Γ Δ) Δ E) Ε

30) Τρία κουτιά περιέχουν από τρεις μπάλες το καθένα. Σε κάθε κουτί υπάρχει από ένα χαρτί που γράφει το περιεχόμενό του. Δυστυχώς κάποιος ανακάτεψε τα χαρτιά και τώρα **κανένα δεν είναι στο σωστό κουτί**. Ο Αρχιμήδης επιλέγει ένα κουτί, αφαιρεί τυχαία μια μπάλα από αυτό και σημειώνει το χρώμα της, χωρίς να την επαναφέρει στο κουτί. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από μπάλες που πρέπει να αφαιρέσει ο Αρχιμήδης για να καθορίσει το περιεχόμενο του κάθε κουτιού;



- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 E) 5

Ερωτήσεις 3 πόντων:

1) Ποιο από τα παρακάτω είναι ίσο με την τετραγωνική ρίζα του 16^{16} ;

- A) 4^4 B) 4^8 Γ) 4^{16} Δ) 8^8 E) 16^4

2) Σε ποιο από τα παρακάτω διαστήματα βρίσκεται ο αριθμός $\frac{1}{2}\sqrt{29}$;

- A) [0,1] B) [1, 2] Γ) [2, 3] Δ) [3, 4] E) [4, 5]

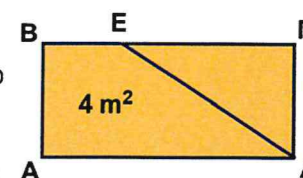
3) Ο φυσικός αριθμός N είναι ο μεγαλύτερος πενταψήφιος φυσικός με γινόμενο των ψηφίων του ίσο με 180. Πόσο είναι το άθροισμα των ψηφίων του N;

- A) 17 B) 18 Γ) 19 Δ) 20 E) 21

4) Τρεις φυσικοί αριθμοί α , β , γ ικανοποιούν τις ανισότητες $\alpha < 2\beta$, $\beta < 3\gamma$ και $\gamma < 40$. Ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή που μπορεί να έχει ο α ;

- A) 36 B) 231 Γ) 234 Δ) 280 E) κανένα από τα προηγούμενα

5) Το σημείο E βρίσκεται στην πλευρά ΒΓ ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ. Ισχύει $B\Gamma = 3BE$ και το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΕΔ είναι 4 m^2 . Πόσο είναι το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ;



- A) $5,5 \text{ m}^2$ B) 6 m^2 Γ) $6,4 \text{ m}^2$ Δ) $6,5 \text{ m}^2$ E) 7 m^2

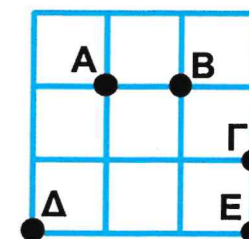
6) Στον πίνακα είναι γραμμένοι όλοι οι τετραψήφιοι αριθμοί της μορφής 9NNN, όπου ο N είναι κάποιο ψηφίο από 0 έως 9 που επαναλαμβάνεται τρεις φορές. Πόσοι από αυτούς τους τετραψήφιους αριθμούς είναι πολλαπλάσια του 18;

- A) ένας B) δύο Γ) τρεις Δ) τέσσερις E) έξι

7) Σε έναν κήπο υπάρχουν κάποια καγκουρό που λένε πάντα την αλήθεια ενώ τα υπόλοιπα λένε πάντα ψέματα. Τα καγκουρό που λένε πάντα την αλήθεια είναι 10 περισσότερα από αυτά που λένε πάντα ψέματα. Όλα τα καγκουρό ρωτήθηκαν την ερώτηση «**εσύ είσαι ένα από τα καγκουρό που λένε πάντα την αλήθεια**» και όλα απάντησαν. Συνολικά υπήρχαν 20 «Ναι». Πόσα καγκουρό στον κήπο λένε πάντα ψέματα;

- A) 5 B) 10 Γ) 15 Δ) 20 E) 25

8) Ο Ευκλείδης θέλει να επιλέξει τέσσερα από τα σημεία στο τετράγωνο της εικόνας, έτσι ώστε οι αποστάσεις μεταξύ κάθε ζεύγους από αυτά τα σημεία να είναι διαφορετικές. Ποιο από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ και Ε **δεν** πρέπει να επιλέξει;



- A) Α B) Β Γ) Γ Δ) Δ E) Ε

9) Αν οι ρίζες της εξίσωσης $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ είναι οι $x=1$, $x=2$, $x=3$ και $x=4$, ποια είναι η μικρότερη ρίζα της $ex^4 + dx^3 + cx^2 + bx + a = 0$;

- A) -4 B) -1 Γ) 1
Δ) $\frac{1}{4}$ E) η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες

10) Στο πάρκο ζουν συνολικά 25 ζώα, καγκουρό, σκύλοι και γάτες. Από αυτά, τα 16 **δεν** είναι καγκουρό και τα 19 **δεν** είναι σκύλοι. Πόσες γάτες ζουν στο πάρκο;

- A) 10 B) 11 Γ) 12 Δ) 13 E) δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι

Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Ο δάσκαλος έγραψε στον πίνακα τους αριθμούς 1, 2, 3 μέχρι τον 2025. Στη συνέχεια τους χώρισε σε τρεις ομάδες. Για κάθε ομάδα έγραψε το τελευταίο ψηφίο του αθροίσματός τους. Τα δύο από τα τρία ψηφία που έγραψε ήταν το 6 και το 8. Ποιο ήταν το τρίτο;

- A) 0 B) 1 Γ) 2 Δ) 4 E) 7

12) Για πόσους ρητούς αριθμούς q οι αριθμοί $\frac{11q+13}{5q+24}$ και $\frac{5q+24}{11q+13}$ είναι και οι δύο φυσικοί αριθμοί;

- A) 0 B) 1 Γ) 2 Δ) 3 E) κανένα από τα προηγούμενα

13) Για πόσες τιμές του φυσικού αριθμού $N \geq 1$ ο αριθμός $\frac{2^N 3^{N+2} + 2^{N+1} 3^{N+1} + 2^{N+2} 3^N}{114}$ είναι φυσικός;

- A) 1 B) 2 Γ) 6 Δ) 114 E) άπειρες

14) Στον κήπο παίζουν δύο ομάδες παιδιών. Η πρώτη ομάδα έχει έξι παιδιά ηλικίας 3, 4, 5, 7, 8 και 9 ετών. Η δεύτερη ομάδα έχει πέντε παιδιά ηλικίας 1, 2, 3, 6 και 8 ετών. Ποιο παιδί πρέπει να μετακινηθεί από την πρώτη ομάδα στη δεύτερη αν θέλουμε να αυξήσουμε τον μέσο όρο ηλικίας των παιδιών σε κάθε μία από τις δύο ομάδες;

- A) το 4 ετών B) το 5 ετών Γ) το 7 ετών Δ) το 8 ετών E) το ζητούμενο δεν γίνεται

15) Ποιος είναι ο μικρότερος φυσικός αριθμός $N \geq 1$ τέτοιος ώστε ο αριθμός $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{N}}}$ είναι **φυσικός αριθμός**;

- A) $2^2 \cdot 3^4$ B) $2^6 \cdot 3^{12}$ Γ) $2^{12} \cdot 3^6$ Δ) $2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^8$ E) κανένα από τα προηγούμενα

16) Μία συνάρτηση f που ορίζεται στους θετικούς αριθμούς ικανοποιεί τις ανισότητες $f(x) - 1 \leq \log_{10}(10x) \leq f(10x) - 2$

Ποια είναι η συνάρτηση;

- A) $\frac{x}{10}$ B) $10^x + 2$ Γ) 10^{x+2} Δ) $\log_{10}(x) + 2$ E) $\log_{10}(x + 2)$

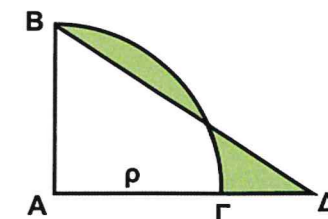
17) Για έναν φυσικό αριθμό N οι αριθμοί $7N-24$ και $7N+29$ είναι και οι δύο τέλεια τετράγωνα. Πόσο είναι το άθροισμα των ψηφίων του N ;

- A) 1 B) 9 Γ) 10 Δ) 11 E) 25

18) Πέντε αριθμοί $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ και ϵ ικανοποιούν $\alpha \geq \beta \geq \gamma \geq \delta \geq \epsilon$. Εάν ισχύει $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \epsilon = 10$, ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή που μπορεί να έχει το $\delta + \epsilon$;

- A) 3 B) 3,5 Γ) 4 Δ) 4,5 E) $\sqrt{10}$

19) Το σχήμα δείχνει ένα τεταρτοκύκλιο $AB\Gamma$ ακτίνας ρ και ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Delta$. Οι δύο σκιασμένες περιοχές έχουν το ίδιο εμβαδόν. Πόσο είναι το μήκος $A\Delta$ συναρτήσει της ακτίνας ρ ;



- A) $\frac{\pi}{2\rho}$ B) $\frac{3\rho}{2}$ Γ) $\frac{4\rho}{\pi}$ Δ) $\frac{\pi\rho}{2}$ E) $\pi\rho$

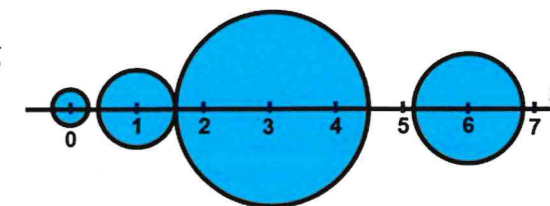
20) Όταν η γιαγιά άρχισε να πλέκει μάλλινες κάλτσες, είχε ένα κουβάρι μαλλί με διάμετρο 20 cm. Αφού έπλεξε 28 κάλτσες, το κουβάρι που έμεινε είχε διάμετρο 10 cm. Πόσες ακόμα κάλτσες μπορεί να πλέξει η γιαγιά με το μαλλί που έχει απομείνει;



- A) 1 B) 2 Γ) 4 Δ) 7 E) 14

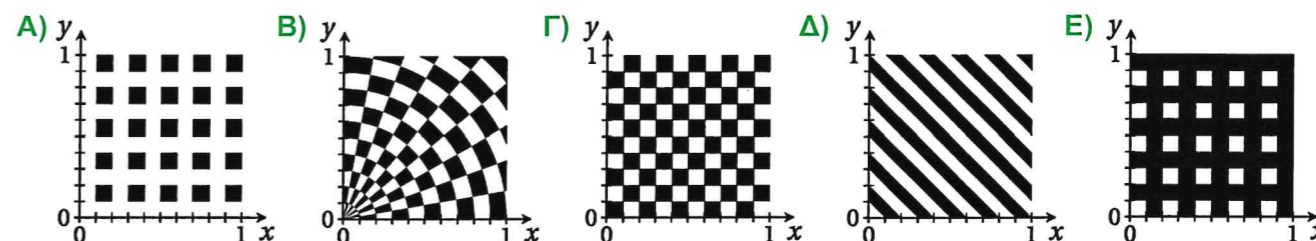
Ερωτήσεις 5 πόντων:

21) Τέσσερις κύκλοι με ακτίνες α, β, γ και δ έχουν τα κέντρα τους στα σημεία $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C(3,0)$ και $D(6,0)$ του πραγματικού άξονα, αντίστοιχα. Οι κύκλοι είναι εξωτερικά ο ένας του άλλου, επιτρέπεται να εφάπτονται αλλά δεν επιτρέπεται να τέμνονται. Ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή του $\alpha + \beta + \gamma + \delta$;



- A) 3 B) 3,5 Γ) 4 Δ) 4,5 E) 5

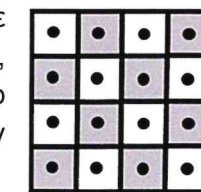
22) Στην περιοχή σημείων (x,y) του επιπέδου με $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, ορισμένα σημεία είναι βαμμένα μαύρα ενώ τα υπόλοιπα είναι λευκά. Συγκεκριμένα, είναι βαμμένα μαύρα τα σημεία (x, y) των οποίων το πρώτο ψηφίο του x μετά την υποδιαστολή και το πρώτο ψηφίο του y μετά την υποδιαστολή είναι και τα δύο περιττοί αριθμοί. Ποιο από τα παρακάτω εικονίζει την περιοχή αυτή;



23) Πόσα ζεύγη πραγματικών αριθμών (x, y) υπάρχουν με $(2^{x^2+1} + 1)(3^{y^2+1} + 2) = 15$;

- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 E) 5

24) Στον 4×4 πίνακα της εικόνας υπάρχει από ένας φύλλος στα 16 τετράγωνα του. Σε κάθε γύρο κάθε ένας από τους φύλλους πηδά σε γειτονικό τετράγωνο (μία θέση πάνω, κάτω, αριστερά ή δεξιά, αλλά όχι διαγώνια). Επιτρέπεται να υπάρχουν πολλοί φύλλοι στο ίδιο τετράγωνο. Μετά από 100 γύρους, ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός κενών τετραγώνων;



- A) 8 B) 10 Γ) 12 Δ) 14 E) 15

25) Μας δίνεται ένα σύνολο που αποτελείται από 6 διαφορετικούς μη μηδενικούς φυσικούς αριθμούς. Σε αυτό το σύνολο υπάρχουν ακριβώς τέσσερα πολλαπλάσια του 5 και ακριβώς τέσσερα πολλαπλάσια του 7. Έστω ότι το M είναι ο μεγαλύτερος από αυτούς τους αριθμούς. Ποια είναι η μικρότερη δυνατή τιμή που μπορεί να έχει ο M ;

- A) 35 B) 42 Γ) 63 Δ) 105 E) κανένα από τα προηγούμενα