

## Θέματα Καγκουρό 2024

## Επίπεδο 4

## για μαθητές της Γ΄ τάξης Γυμνασίου και Α΄ τάξης Λυκείου

## Ερωτήσεις 3 πόντων:

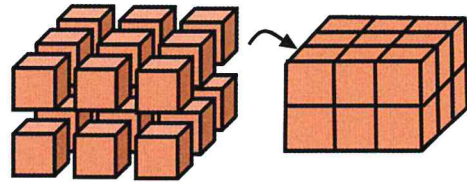
1) Σε ένα χαρτί είναι γραμμένοι τέσσερις τριψήφιοι αριθμοί. Οι πρώτοι τρεις είναι οι **123**, **435** και **516**. Ο καθένας από τους τέσσερις αριθμούς έχει ακριβώς ένα κοινό ψηφίο με καθέναν από τους άλλους τρεις. Πόσο είναι το άθροισμα των ψηφίων του τέταρτου αριθμού;

- A) 6      B) 8      Γ) 10      Δ) 12      E) δεν υπάρχει τέτοιος αριθμός

2) Ποιος από τους παρακάτω φυσικούς αριθμούς είναι κατά δύο μονάδες μικρότερος από ένα πολλαπλάσιο του 10, κατά 2 μονάδες μεγαλύτερος από ένα τέλειο τετράγωνο και είναι διπλάσιος ενός πρώτου αριθμού;

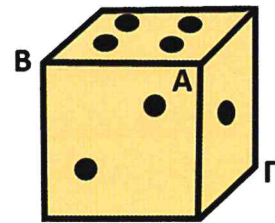
- A) 6      B) 18      Γ) 38      Δ) 58      E) 78

3) Ένας ξυλουργός κατασκεύασε ένα κουτί κολλώντας 18 ίδιους κύβους, όπως στην εικόνα. Έβαλε μία σταγόνα κόλλας ανάμεσα σε οποιοσδήποτε δύο έδρες κύβων που εφάπτονται μεταξύ τους. Πόσες σταγόνες κόλλας χρησιμοποίησε;



- A) 18      B) 24      Γ) 33      Δ) 36      E) 70

4) Το άθροισμα των κουκκίδων στις απέναντι έδρες ενός ζαριού είναι πάντα 7. Στην κορυφή Α του ζαριού της εικόνας συναντώνται οι έδρες που έχουν 1, 2 και 4 κουκκίδες πάνω τους. Ποιο είναι το άθροισμα των κουκκίδων στις έδρες που συναντώνται στην κορυφή Β και ποιο είναι το άθροισμα των κουκκίδων στις έδρες που συναντώνται στην κορυφή Γ;



- A) 12 και 11      B) 12 και 9      Γ) 11 και 9      Δ) 12 και 7      E) 12 και 12

5) Ποια είναι η τιμή της παράστασης

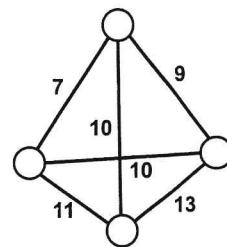
$$\frac{20}{24} + \frac{2020}{2424} + \frac{202020}{242424} + \frac{20202020}{24242424} + \frac{2020202020}{2424242424} + \frac{202020202020}{242424242424};$$

- A)  $\frac{21}{24}$       B)  $\frac{31}{24}$       Γ)  $\frac{41}{24}$       Δ)  $\frac{4202}{2424}$       E) κανένα από τα προηγούμενα

6) Αν  $\alpha, \beta$  πραγματικοί αριθμοί, ποια είναι η τιμή του  $(\alpha-\beta)^9 + (\beta-\alpha)^9$  μετά τις απλοποιήσεις;

- A) 0      B)  $2(\alpha-\beta)^9$       Γ)  $2(\alpha+\beta)^9$       Δ)  $2\alpha^9 - 2\beta^9$       Ε)  $2\alpha^9 + 2\beta^9$

7) Στην πυραμίδα της εικόνας υπάρχει από ένας αριθμός σε κάθε κορυφή της, αλλά τώρα οι αριθμοί είναι αόρατοι. Σε κάθε ακμή της πυραμίδας είναι γραμμένο το άθροισμα των δύο αριθμών στα δύο άκρα της. Πόσο είναι το άθροισμα των τεσσάρων αριθμών στις κορυφές της πυραμίδας;



- A) 15      B) 20      Γ) 30      Δ) 40      Ε) 60

8) Μια ομάδα μαθητών στέκονται σε μία ουρά, ο ένας πίσω από τον άλλον. Η Άννα είναι το ένατο άτομο σε αυτήν την σειρά. Ένα ακόμη άτομο προστέθηκε στην ουρά, σε κάποια θέση. Τώρα, η Άννα βρίσκεται στη μέση της ουράς. Πόσοι μαθητές στέκονται τώρα στην ουρά;

- A) 18 ή 19 (και τα δύο είναι πιθανά)      B) 18      Γ) 17 ή 18 (και τα δύο είναι πιθανά)  
 Δ) 17 ή 19 (και τα δύο είναι πιθανά)      Ε) 16 ή 20 (και τα δύο είναι πιθανά)

9) Πέντε φίλοι προσπαθούν να μαντέψουν πόσα καγκουρό ζουν στο πάρκο. Οι μαντεπιές τους είναι 2, 4, 5, 8 και 9 καγκουρό, αντίστοιχα. Μία από αυτές τις μαντεπιές είναι κατά 4 καγκουρό μεγαλύτερη από το σωστό και μία άλλη είναι κατά 2 μικρότερη. Πόσα καγκουρό ζουν στο πάρκο;

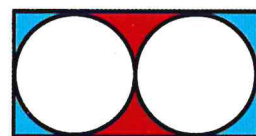
- A) 3      B) 4      Γ) 6      Δ) 7      Ε) 8

10) Ένα καγκουρό ακολουθεί το μονοπάτι για να πάει από την φωλιά του μέχρι την λίμνη, και πίσω. Πηγαίνοντας προς την λίμνη κάνει άλματα τα οποία είναι 1 μέτρο το καθένα. Στην επιστροφή κάνει άλματα τα οποία είναι 3 μέτρα το καθένα. Συνολικά, το καγκουρό έκανε 2024 άλματα για να πάει στην λίμνη και να επιστρέψει στην φωλιά του. Πόσα μέτρα απέχει η φωλιά του καγκουρό από την λίμνη;

- A) 506 m      B) 1012 m      Γ) 1518 m      Δ) 2024 m      Ε) 3036 m

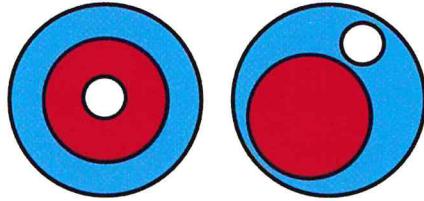
### Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Το σχήμα δείχνει ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με δύο κύκλους μέσα του. Οι κύκλοι είναι ίσοι, εφάπτονται μεταξύ τους και ο καθένας εφάπτεται σε τρεις πλευρές του ορθογωνίου. Πόσο είναι το πηλίκο του εμβαδού της κόκκινης περιοχής προς την γαλάζια περιοχή;



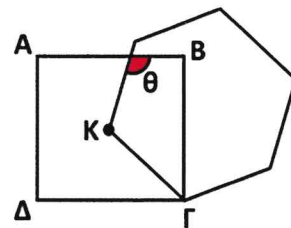
- A) 3:4      B) 2:1      Γ) 1:2      Δ) 1:1      Ε) π:3

12) Το αριστερό σχήμα δείχνει έναν κύκλο που μέσα του έχει δύο μικρότερους. Το δεξί σχήμα δείχνει τους ίδιους κύκλους αλλά οι δύο εσωτερικοί κύκλοι έχουν μετατοπιστεί. Στο αριστερό σχήμα το εμβαδόν της ορατής γαλάζιας περιοχής είναι επτά φορές μεγαλύτερο από το εμβαδόν του λευκού κύκλου. Πόσο είναι το πηλίκο των εμβαδών των ορατών γαλάζιων περιοχών στα δύο σχήματα;



- A) 6:5      B) 8:6      Γ) 8:7      Δ) 7:5      E) 7:6

13) Το σχήμα δείχνει ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ και ένα κανονικό εξάγωνο με πλευρά ΚΓ, όπου το Κ είναι το κέντρο του τετραγώνου. Πόσες μοίρες είναι η γωνία θ;



- A) 105°      B) 110°      Γ) 115°      Δ) 120°      E) 125°

14) Έστω  $x, y$  θετικοί αριθμοί με  $x < y$ . Ποιο από τα παρακάτω κλάσματα είναι το μεγαλύτερο;

- A)  $\frac{x+3y}{4}$       B)  $\frac{x+2y}{3}$       Γ)  $\frac{x+y}{2}$       Δ)  $\frac{2x+y}{3}$       E)  $\frac{3x+y}{4}$

15) Στα κελιά ενός  $3 \times 3$  τετραγώνου υπάρχει από ένας αριθμός, όπως στην εικόνα, αλλά μερικοί από αυτούς είναι άορατοι. Το άθροισμα των αριθμών σε κάθε  $2 \times 2$  τμήμα του τετραγώνου είναι 10. Πόσο είναι το άθροισμα των τεσσάρων άορατων αριθμών;

2		4
	1	
3		5

- A) 9      B) 10      Γ) 11      Δ) 12      E) 34

16) Σε έναν κύκλο είναι σχεδιασμένο ένα κανονικό 20-γωνο. Μία από τις κορυφές του είναι σημειωμένη με το γράμμα Α. Η δασκάλα των Μαθηματικών σχεδίασε όλες τις χορδές του κύκλου που συνδέουν το Α με τις υπόλοιπες 19 κορυφές του 20-γώνου. Πόσες από αυτές τις χορδές είναι μεγαλύτερες από την ακτίνα του κύκλου;

- A) 17      B) 16      Γ) 15      Δ) 14      E) 13

17) Η κόρη της Δανάης γέννησε σήμερα ένα μωράκι. Σε δύο χρόνια, το γινόμενο των ηλικιών που θα έχουν τότε η Δανάη, η κόρη της και η εγγονή της Δανάης θα είναι 2024. Οι ηλικίες της Δανάης και της κόρης της είναι σήμερα άρτιοι αριθμοί. Πόσο χρονών είναι σήμερα η Δανάη;

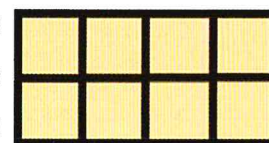
- A) 42      B) 44      Γ) 46      Δ) 48      E) 50

18) Ένας μαθητής χώρισε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμα σε τέσσερα μικρότερα ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Οι περιμέτροι τριών από τα μικρότερα ορθογώνια είναι 16, 18 και 24, όπως στην εικόνα. Ποια είναι η περίμετρος του τέταρτου μικρού ορθογώνιου κομματιού;

;	18
16	24

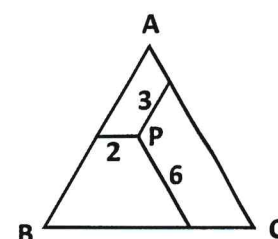
- A) 6      B) 8      Γ) 10      Δ) 12      E) 14

19) Ένας γραφίστας θέλει να βάλει τα γράμματα Α, Β, Γ και Δ, ανά ένα, στα τετράγωνα του εικονιζόμενου 2x4 πίνακα. Θέλει σε κάθε γραμμή του πίνακα και σε κάθε 2x2 τετράγωνο να εμφανίζεται κάθε γράμμα ακριβώς από μία φορά το καθένα. Με πόσους τρόπους μπορεί να το κάνει αυτό;



- A) 12      B) 24      Γ) 48      Δ) 96      E) 192

20) Έστω P σημείο μέσα σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο. Από το P φέρνουμε τρία τμήματα παράλληλα προς τις πλευρές του τριγώνου, όπως στην εικόνα. Τα μήκη των τμημάτων είναι 2 m, 3 m και 6 m. Πόση είναι η περίμετρος του τριγώνου;



- A) 22 m      B) 26 m      Γ) 33 m      Δ) 39 m      E) 44m

### Ερωτήσεις 5 πόντων:

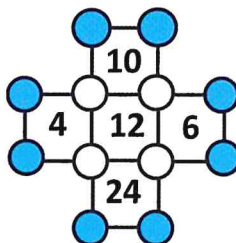
21) Ένας καλλιτέχνης έχει έναν κύβο που αποτελείται από  $N^3$  μικρούς κύβους (όπου  $N > 2$ ). Κάποια στιγμή χρωμάτισε ολόκληρη την εξωτερική επιφάνεια του μεγάλου κύβου. Παρατήρησε ότι ο αριθμός των μικρών κύβων με χρώμα σε μία μόνο έδρα τους είναι ίσος με τον αριθμό των μικρών κύβων που δεν έχουν καθόλου χρώμα επάνω τους. Ποια είναι η τιμή του N;

- A) 4      B) 6      Γ) 7      Δ) 8      E) 10

22) Τέσσερα ζώα από το βαρύτερο στο ελαφρύτερο είναι πιγκουίνος, σκύλος, γάτα και ποντίκι, με αυτή την σειρά. Το καθένα ζυγίζει έναν θετικό ακέραιο αριθμό κιλών και τα βάρη τους είναι διαφορετικά. Το συνολικό βάρος τους είναι 18 κιλά. Ο σκύλος ζυγίζει 7 κιλά. Πόσο ζυγίζει η γάτα;

- A) 2      B) 3      Γ) 4      Δ) 5      Ε) 6

23) Γράφουμε από έναν αριθμό σε κάθε έναν από τους δώδεκα κύκλους της εικόνας. Οι αριθμοί μέσα στα τετράγωνα δηλώνουν το γινόμενο των αριθμών στις τέσσερις κορυφές του. Πόσο είναι το γινόμενο των αριθμών στους οκτώ γαλάζιους κύκλους;

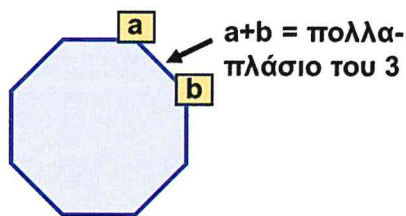


- A) 20      B) 40      Γ) 80      Δ) 120      Ε) 480

24) Στον πίνακα είναι γραμμένοι οι φυσικοί αριθμοί από τον 1 μέχρι τον 2024. Ο καθηγητής των Μαθηματικών έσβησε κάθε έναν από αυτούς τους αριθμούς και στη θέση του κάθε αριθμού έγραψε το άθροισμα των ψηφίων του. Για παράδειγμα, στην θέση του 2024 έγραψε τον  $2+0+2+4 = 8$ . Πόσοι διαφορετικοί αριθμοί είναι τώρα γραμμένοι στον πίνακα;

- A) 25      B) 26      Γ) 27      Δ) 28      Ε) 2024

25) Η δασκάλα έχει 12 κάρτες αριθμημένες από το 1 έως το 12. Έβαλε **οκτώ** από αυτές τις κάρτες στις κορυφές ενός οκταγώνου. Τώρα το άθροισμα κάθε ζεύγους αριθμών στα άκρα οποιασδήποτε πλευράς του οκταγώνου είναι πολλαπλάσιο του 3. Ποιους αριθμούς **δεν** χρησιμοποίησε;



- A) 3, 6, 9, 12      B) 1, 4, 7, 11      Γ) 3, 5, 7, 9      Δ) 1, 2, 11, 12      Ε) 3, 4, 5, 6

26) Σε κάποιους αθλητικούς αγώνες παίρνουν μέρος 40 μαθητές. Σε οποιαδήποτε ομάδα 18 μαθητών υπάρχει τουλάχιστον ένα κορίτσι. Επίσης, σε οποιαδήποτε ομάδα 24 μαθητών υπάρχει τουλάχιστον ένα αγόρι. Πόσα περισσότερα είναι τα κορίτσια από τα αγόρια σε αυτούς τους αγώνες;

- A) 3      B) 4      Γ) 5      Δ) 6      Ε) κανένα από τα προηγούμενα

27) Η παραγοντοποίηση του αριθμού  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$  σε πρώτους παράγοντες είναι της μορφής που δείχνει η εικόνα. Οι πρώτοι αριθμοί είναι γραμμένοι σε αύξουσα σειρά. Μελάνι έχει καλύψει μερικούς από τους πρώτους αριθμούς και μερικούς από τους εκθέτες. Ποιος είναι ο εκθέτης του 17;

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^4 \cdot 17 \cdot \dots \cdot 43 \cdot 47$$

- A) 1      B) 2      Γ) 3      Δ) 4      E) 5

28) Το άθροισμα των ψηφίων ενός φυσικού αριθμού  $N$  είναι τριπλάσιο από το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού  $N+1$ . Πόσο είναι το μικρότερο δυνατό άθροισμα των ψηφίων που μπορεί να έχει ο  $N$ ;

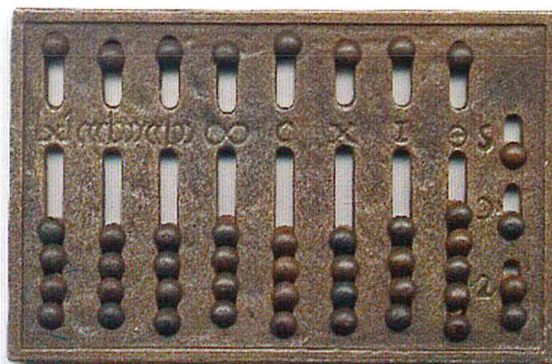
- A) 9      B) 12      Γ) 15      Δ) 18      E) 24

29) Στο τραπέζι βρίσκονται εννέα φύλλα χαρτί αριθμημένα από το 1 έως το 9. Καθεμία από τέσσερις φίλες πήραν από δύο φύλλα. Η Άννα είπε «οι αριθμοί μου έχουν άθροισμα 6». Η Βάσω είπε «οι αριθμοί μου διαφέρουν κατά 5». Η Γωγώ είπε «το γινόμενο των αριθμών μου είναι 18». Η Δανάη είπε «ένας από τους αριθμούς μου είναι διπλάσιος από τον άλλο». Ποιος αριθμός έμεινε στο τραπέζι;

- A) 1      B) 3      Γ) 6      Δ) 8      E) 9

30) Μια ομάδα 50 μαθητών κάθονται σε έναν κύκλο. Ρίχνουν μια μπάλα γύρω γύρω στον κύκλο. Συγκεκριμένα, κάθε μαθητής που παίρνει την μπάλα την πετάει στον μαθητή που κάθεται έξι θέσεις δεξιά του, ο οποίος την πιάνει και συνεχίζει με τον ίδιο τρόπο. Όταν η μπάλα κάνει 100 γύρους, πόσοι μαθητές **δεν** θα έχουν ακουμπήσει ποτέ την μπάλα;

- A) 0      B) 8      Γ) 10      Δ) 25      E) 40



Φορητός Ρωμαϊκός άβακας.