

## Θέματα Καγκουρό 2023

## Επίπεδο 4

## για μαθητές της Γ' τάξης Γυμνασίου και Α' τάξης Λυκείου

## Ερωτήσεις 3 πόντων:

1) Μία πενταμελής οικογένεια αποτελείται από δύο γονείς και τρία παιδιά. Το άθροισμα των ηλικιών της οικογένειας είναι 80 χρόνια. Τα δύο μικρότερα παιδιά είναι 6 και 8 χρονών, αντίστοιχα. Πόσο ήταν το άθροισμα των ηλικιών της οικογένειας πριν από 7 χρόνια, δηλαδή έναν χρόνο πριν γεννηθεί το μικρότερο παιδί;

Α) 35

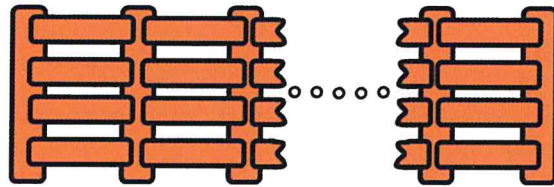
Β) 36

Γ) 45

Δ) 46

Ε) 66

2) Ένας φράχτης αποτελείται από κάθετες σανίδες, η καθεμία από τις οποίες ενώνεται με την διπλανή της με 4 οριζόντιες σανίδες. Η εικόνα δείχνει την αρχή και το τέλος του φράχτη. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς θα μπορούσε να είναι το πλήθος όλων των σανίδων του φράχτη;



Α) 95

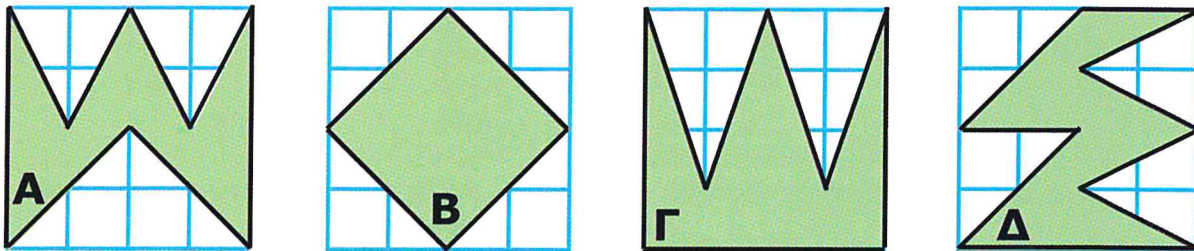
Β) 96

Γ) 97

Δ) 98

Ε) 99

3) Στην εικόνα βλέπουμε 4 γεωμετρικά σχήματα, συγκεκριμένα τα πράσινα που είναι σημειωμένα με τα γράμματα Α, Β, Γ, Δ. Ποιο από τα τέσσερα σχήματα έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν;



Α) το Α

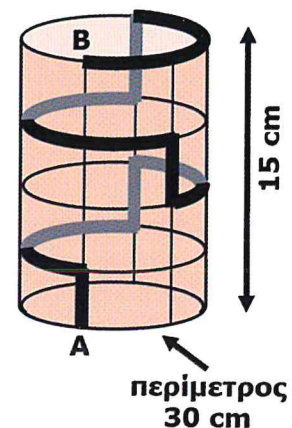
Β) το Β

Γ) το Γ

Δ) το Δ

Ε) είναι ίσα μεταξύ τους

4) Μία κυλινδρική κονσέρβα έχει ύψος 15 cm και περίμετρο της κυκλικής βάσης ίση με 30 cm. Ένα μυρμήγκι περπατά από το σημείο Α στη βάση μέχρι το σημείο Β στην κορυφή της κονσέρβας. Η διαδρομή του είναι είτε κάθετα προς τα πάνω είτε οριζόντια κατά μήκος κυκλικών τόξων γύρω από την κονσέρβα, όπως φαίνεται στην εικόνα (παχιά γραμμή). Πόσο είναι το μήκος της διαδρομής του μυρμηγκιού;



Α) 45 cm

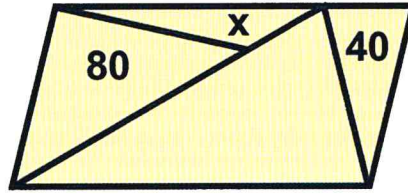
Β) 55 cm

Γ) 60 cm

Δ) 65 cm

Ε) 75 cm

5) Ένα παραλληλόγραμμο με εμβαδόν  $300 \text{ cm}^2$  είναι χωρισμένο σε τέσσερα τρίγωνα. Δύο από αυτά τα τρίγωνα έχουν εμβαδόν  $80 \text{ cm}^2$  και  $40 \text{ cm}^2$ , αντίστοιχα, όπως στην εικόνα. Πόσο είναι το εμβαδόν του τριγώνου που είναι σημειωμένο με  $x$ ;



- A)  $25 \text{ cm}^2$       B)  $28 \text{ cm}^2$       Γ)  $30 \text{ cm}^2$       Δ)  $35 \text{ cm}^2$       E)  $40 \text{ cm}^2$

6) Αν  $\alpha, \beta, \gamma$  αριθμοί με  $\alpha^2\beta^{-3}\gamma^4 = 5^7$  και  $\alpha^{-1}\beta^4\gamma^{-3} = 5^2$ , με πόσο ισούται το γινόμενο  $\alpha\beta\gamma$ ;

- A)  $5^9$       B)  $5^8$       Γ)  $5^5$       Δ)  $5^4$       E) κανένα από τα προηγούμενα

7) Πόσοι φυσικοί αριθμοί από το 1 έως το 10000 είναι τέλεια τετράγωνα;

- A) 50      B) 100      Γ) 121      Δ) 400      E) 1000

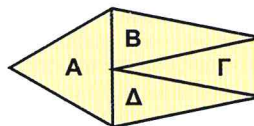
8) Πόσα τρίγωνα υπάρχουν των οποίων οι πλευρές είναι φυσικοί αριθμοί και τα οποία έχουν περίμετρο  $10 \text{ cm}$ ;

- A) 2      B) 5      Γ) 6      Δ) 11      E) κανένα από τα προηγούμενα

9) Ένας παίκτης έπαιξε 200 παρτίδες σκάκι και από αυτές κέρδισε ακριβώς το 49%. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός από παρτίδες που πρέπει ακόμα να παίξει για να έχει ελπίδα να βελτιώσει τις συνολικές του νίκες σε ακριβώς 50%;

- A) 1      B) 2      Γ) 3      Δ) 4      E) 6

10) Ένα πεντάγωνο χωρίστηκε σε τέσσερα τρίγωνα, τα A, B, Γ και Δ, όπως στην εικόνα. Το τρίγωνο A είναι ισόπλευρο και τα τρίγωνα B, Γ και Δ είναι ισοσκελή τρίγωνα που είναι ίσα μεταξύ τους. Το καθένα από τα τέσσερα τρίγωνα έχει περίμετρο  $12 \text{ m}$ . Πόση είναι η περίμετρος του πενταγώνου;



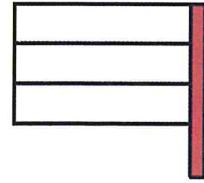
- A)  $14 \text{ m}$       B)  $16 \text{ m}$       Γ)  $18 \text{ m}$       Δ)  $20 \text{ m}$       E)  $24 \text{ m}$

#### Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Πόσο είναι το ψηφίο των μονάδων του γινομένου  $(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)$ ;

- A) 1      B) 2      Γ) 4      Δ) 5      E) 6

12) Η δασκάλα της Ζωγραφικής έχει τέσσερις διαφορετικές μπογιές. Θέλει να χρωματίσει μία σημαία με τρεις λουρίδες, όπως αυτή που δείχνει η εικόνα. Θέλει κάθε λουρίδα να είναι μονόχρωμη και να μην υπάρχουν δύο γειτονικές λουρίδες με το ίδιο χρώμα. Με πόσους τρόπους μπορεί να το κάνει αυτό;



- A) 24      B) 27      Γ) 32      Δ) 36      Ε) 64

13) Το άθροισμα 23 διαδοχικών ακεραίων είναι 23. Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων του μεγαλύτερου από αυτούς τους ακεραίους;

- A) 2      B) 3      Γ) 4      Δ) 5      Ε) 6

14) Έχουμε το άθροισμα  $KAG + KOY + PO$  δύο τριψήφιων και ενός διψήφιου αριθμού. Διαφορετικά γράμματα παριστάνουν διαφορετικά ψηφία από το 1 έως το 9. Ποια είναι η μικρότερη δυνατή τιμή που μπορεί να πάρει το άθροισμα αυτό;

- A) 269      B) 302      Γ) 303      Δ) 304      Ε) 305

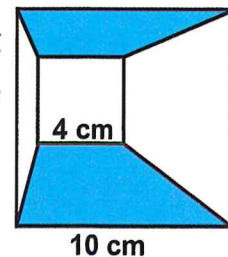
15) Λέμε ότι ένας διψήφιος αριθμός είναι «χωρίς δυνάμεις» εάν κανένα από τα ψηφία του δεν είναι ίσο με φυσικό αριθμό υψωμένο σε δύναμη **μεγαλύτερη** του 1. Για παράδειγμα, ο 53 είναι «χωρίς δυνάμεις», ενώ ο 54 δεν είναι «χωρίς δυνάμεις» αφού  $4 = 2^2$ . Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι ο κοινός διαιρέτης του μικρότερου διψήφιου αριθμού «χωρίς δυνάμεις» και του μεγαλύτερου διψήφιου αριθμού «χωρίς δυνάμεις»;

- A) 3      B) 5      Γ) 7      Δ) 11      Ε) 13

16) Για οποιονδήποτε θετικό φυσικό αριθμό  $n$ , συμβολίζουμε με  $n!$  το γινόμενο όλων των φυσικών αριθμών από το 1 έως το  $n$ . Για παράδειγμα  $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ . Ένας φυσικός αριθμός  $N$  ικανοποιεί την ισότητα  $N! = 6! \times 7!$ . Πόσο είναι το άθροισμα των ψηφίων του  $N$ ;

- A) 1      B) 2      Γ) 3      Δ) 4      Ε) 5

17) Ένα τετράγωνο πλευράς 10 cm περιέχει ένα μικρότερο τετράγωνο πλευράς 4 cm. Οι αντίστοιχες πλευρές των δύο τετραγώνων είναι παράλληλες. Πόσο είναι το άθροισμα των εμβαδών των δύο γαλάζιων περιοχών;



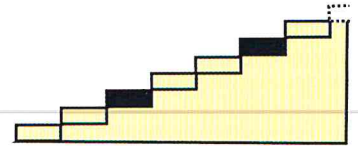
- A)  $41 \text{ cm}^2$       B)  $42 \text{ cm}^2$       Γ)  $43 \text{ cm}^2$       Δ)  $44 \text{ cm}^2$       Ε)  $45 \text{ cm}^2$

18) Ένας εξαψήφιος αριθμός έχει την μορφή 1ΑΒΓΔΕ. Το πρώτο του ψηφίο είναι 1 αλλά τα υπόλοιπα έχουν αντικατασταθεί με γράμματα. Στην εικόνα βλέπουμε το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού του 1ΑΒΓΔΕ επί 3. Ποιο από τα γράμματα είναι ίσο με το 8;

$$\begin{array}{r} 1ΑΒΓΔΕ \\ \times \quad 3 \\ \hline ΑΒΓΔΕ1 \end{array}$$

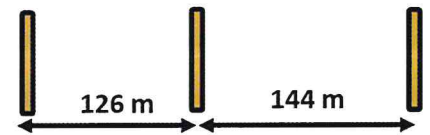
- A) Α      B) Β      Γ) Γ      Δ) Δ      E) Ε

19) Στην εικόνα βλέπουμε την αρχή μιας σκάλας με 2023 σκαλοπάτια. Κάθε τρίτο σκαλοπάτι είναι χρωματισμένο μαύρο. Η Ανίτα ανεβαίνει τα σκαλοπάτια ένα-ένα, μέχρι το τέλος. Ξεκίνησε πατώντας στο πρώτο σκαλοπάτι με το δεξί της πόδι. Πόσες φορές θα πατήσει σε μαύρο σκαλοπάτι με το δεξί της πόδι;



- A) 1      B) 333      Γ) 336      Δ) 337      E) 674

20) Σε έναν δρόμο μήκους 270 m υπάρχουν τρεις κολόνες της ΔΕΗ, όπως δείχνει η εικόνα. Οι μεταξύ τους αποστάσεις είναι 126 m και 144 m. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός από κολόνες που πρέπει να προστεθούν στα ενδιάμεσα σημεία αν θέλουμε οι κολόνες να απέχουν μεταξύ τους ίσες αποστάσεις;



- A) 11      B) 12      Γ) 13      Δ) 14      E) 15

### Ερωτήσεις 5 πόντων:

21) Ο Άλφι το καγκουρό και η αγέλη του στέκονται σε μια ουρά, το ένα πίσω από το άλλο. Το πλήθος τους είναι πολλαπλάσιο του 3. Ο Άλφι παρατήρησε ότι τα καγκουρό που στέκονται μπροστά του είναι όσα τα καγκουρό που στέκονται πίσω του. Επίσης παρατήρησε ότι οι δύο καλύτεροί του φίλοι στέκονται στην ουρά πιο πίσω από αυτόν. Ο ένας ήταν στην 19<sup>η</sup> θέση από την αρχή και ο άλλος στην 28<sup>η</sup> θέση από την αρχή. Πόσα καγκουρό στέκονται μπροστά από τον Άλφι;

- A) 14      B) 15      Γ) 16      Δ) 17      E) 18

22) Σε μια μακρινή χώρα αποφάσισαν νέους κανονισμούς για τη μέτρηση των ωρών της ημέρας. Μια μέρα χωρίζεται σε δύο ίσα μέρη, τα μεσάνυχτα και το μεσημέρι, όπως κάνουμε και εμείς. Ωστόσο αντί να διαιρούν αυτά τα χρονικά διαστήματα σε 12 ώρες των 60 λεπτών, χρησιμοποιούν 10 «νέες ώρες» των 100 «νέων λεπτών». Εάν ένα ρολόι δείχνει νέα ώρα 8:25, τι ώρα είναι εκείνη τη στιγμή, σύμφωνα με ένα συνηθισμένο ρολόι;

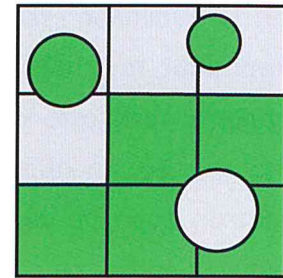


- A) 7:54      B) 8:15      Γ) 8:25      Δ) 9:15      E) 9:54

23) Σε ένα χαρτί είναι γραμμένος ένας τριψήφιος φυσικός αριθμός  $x$ . Αν αφαιρέσουμε από τον  $x$  το άθροισμα των ψηφίων του βρίσκουμε 333. Πόσοι τέτοιοι τριψήφιοι αριθμοί  $x$  υπάρχουν;

- A) 1      B) 2      Γ) 3      Δ) 10      E) κανένας

24) Ένα τετράγωνο πλευράς 30 cm χωρίζεται σε εννέα ίσα μικρότερα τετράγωνα. Το μεγάλο τετράγωνο περιέχει τρεις κύκλους. Έχουν ακτίνες 5 cm (ο κάτω δεξιά), 4 cm (ο πράσινος, πάνω αριστερά) και 3 cm (ο πράσινος, πάνω δεξιά), όπως στην εικόνα. Πόσο είναι το συνολικό εμβαδόν της πράσινης περιοχής;



30 cm

- A)  $400 \text{ cm}^2$    B)  $500 \text{ cm}^2$       Γ)  $400+50\pi \text{ cm}^2$   
 Δ)  $500-25\pi \text{ cm}^2$    E)  $500+25\pi \text{ cm}^2$

25) Ένας πύργος είναι κατασκευασμένος από τούβλα τα οποία είναι αριθμημένα με τους αριθμούς από 1 έως 50, όπως στο αριστερό μέρος της εικόνας. Ένας μάστορας κτίζει έναν νέο πύργο (δεξιά στην εικόνα) με τον εξής τρόπο: Παίρνει δύο τούβλα από την κορυφή του αρχικού πύργου και τα βάζει στο έδαφος ως βάση του νέου πύργου. Μετά, σε κάθε βήμα, παίρνει τα δύο τούβλα που είναι τότε στην κορυφή του αρχικού πύργου και τα τοποθετεί στην κορυφή του νέου πύργου. Συνεχίζει μέχρι να τελειώσουν τα τούβλα. Ποιο από τα παρακάτω ζεύγη αριθμών βρίσκονται σε διπλανές θέσεις στον νέο πύργο;

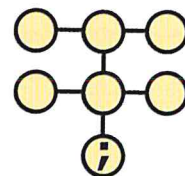
50	2
49	1
4	48
3	47
2	50
1	49

- A) 29 και 28      B) 34 και 35      Γ) 29 και 26      Δ) 31 και 33      E) 27 και 30

26) Μία εκτυπωτική μηχανή δουλεύει ως εξής: Στην αρχή της δίνουν ένα κατάλογο από τέσσερις μονοψήφιους αριθμούς. Μετά η μηχανή συνεχίζει τον κατάλογο τυπώνοντας το μικρότερο από τα ψηφία 0 έως 9 το οποίο είναι διαφορετικό από καθένα από τα τέσσερα τελευταία ψηφία στον κατάλογο. Στη συνέχεια η μηχανή επαναλαμβάνει αυτή τη διαδικασία, ξανά και ξανά. Αν ο αρχικός κατάλογος έχει τα ψηφία 2, 0, 2, 3, ποιος αριθμός θα είναι στην 100<sup>η</sup> θέση στον κατάλογο;

- A) 0      B) 1      Γ) 2      Δ) 3      E) 4

27) Γράφουμε επτά διαφορετικούς μονοψήφιους αριθμούς στους κύκλους του σχήματος, ανά έναν σε κάθε κύκλο. Το γινόμενο των αριθμών στους τρεις κύκλους σε καθεμία από τις τρεις γραμμές στο σχήμα (δύο οριζόντιες και μία κάθετη) είναι το ίδιο. Ποιος αριθμός είναι γραμμένος στον κύκλο που περιέχει το ερωτηματικό;

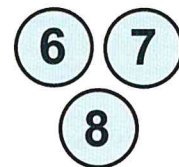


- A) 2      B) 3      Γ) 4      Δ) 6      E) 8

28) Για πόσες τιμές του πραγματικού αριθμού  $x$  τα κλάσματα  $\frac{x^2-5x+9}{x^2+3x+8}$  και  $\frac{x^2+3x+8}{x^2-5x+9}$  είναι και τα δύο ίσα με φυσικούς αριθμούς;

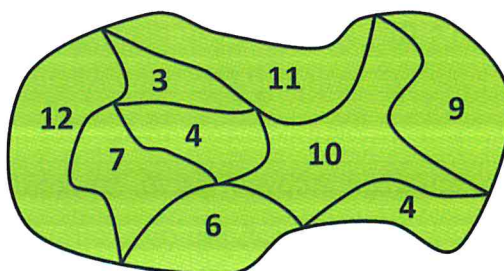
- A) 1      B) 2      Γ) 3      Δ) 4      Ε) καμία

29) Ο δάσκαλος έχει τρεις μάρκες οι οποίες έχουν γραμμένο από έναν αριθμό στην κάθε τους πλευρά. Οι έξι αριθμοί στις μάρκες είναι **διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί**, τρεις από τους οποίους φαίνονται στην εικόνα. Όταν έριξε τις μάρκες στο τραπέζι, το άθροισμα των αριθμών που είδε ήταν 23. Όταν τις έριξε για δεύτερη φορά, το άθροισμα ήταν 17. Πόσο είναι το άθροισμα των αριθμών που έχουν οι μάρκες στις τρεις πίσω πλευρές τους, δηλαδή πίσω από τους 6, 7 και 8;



- A) 18      B) 19      Γ) 23      Δ) 24      Ε) 30

30) Η εικόνα δείχνει τον χάρτη ενός πάρκου. Το πάρκο χωρίζεται σε περιοχές. Ο αριθμός μέσα σε κάθε περιοχή δίνει την περίμετρό της σε χιλιόμετρα. Πόση είναι η εξωτερική περίμετρος του πάρκου;



- A) 22 km      B) 26 km      Γ) 28 km      Δ) 32 km      Ε) κανένα από τα προηγούμενα



Αρχαία Βαβυλωνιακή πινακίδα του 1600 π.Χ. Έχει με αρκετά καλή ακρίβεια την τιμή της τετραγωνικής ρίζας του 2.