

Θέματα Καγκουρό 2019

Επίπεδο: 4

(για μαθητές της Γ' τάξης Γυμνασίου και Α' τάξης Λυκείου)

Ερωτήσεις 3 πόντων:

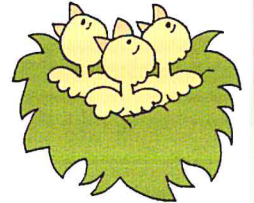
1) Ποια είναι η τιμή της παράστασης $(2^{20} + 2^{19})(3^{20} - 3^{19})$;

- A) $2^{39} \cdot 3^1$ B) $2^{20} \cdot 3^{20}$ Γ) $2^{20} \cdot 3^{19}$ Δ) $2^{21} \cdot 3^{18}$ Ε) $6^{20} - 6^{19}$

2) Οι σελίδες ενός μικρού βιβλίου είναι αριθμημένες με τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5 και λοιπά, όπως συνηθίζεται. Το ψηφίο 0 έχει χρησιμοποιηθεί ακριβώς πέντε φορές και το ψηφίο 8 έχει χρησιμοποιηθεί ακριβώς έξι φορές. Πόσες σελίδες έχει το βιβλίο;

- A) 48 B) 58 Γ) 60 Δ) 68 Ε) 88

3) Έχουμε τέσσερις φωλιές που έχουν από 1, 4, 6 και 9 πουλάκια, αντίστοιχα. Θέλουμε να μετακινήσουμε μερικά πουλάκια από την φωλιά τους σε μία από τις άλλες έτσι ώστε στο τέλος όλες οι φωλιές να έχουν τον ίδιο αριθμό από πουλάκια. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός από πουλάκια που πρέπει να τα μετακινήσουμε;

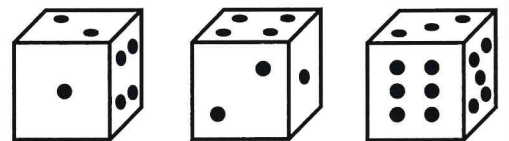


- A) 3 B) 4 Γ) 5 Δ) 6 Ε) 7

4) Σε ένα κουρείο μπροστά από την καρέκλα που κάθονται οι πελάτες υπάρχει ένας καθρέφτης τον οποίο κοιτούν. Πίσω τους υπάρχει ένας τοίχος. Ο κουρέας θέλει να γράψει την λέξη **ΜΟΔΑ** στον τοίχο έτσι ώστε οι πελάτες του που βλέπουν την λέξη μέσα από τον καθρέφτη μπροστά τους, να την διαβάζουν σωστά. Πώς πρέπει να γράψει ο κουρέας την λέξη στον τοίχο;

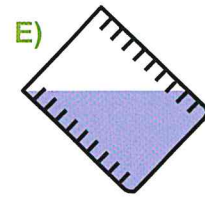
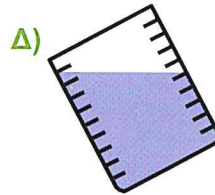
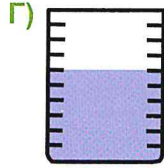
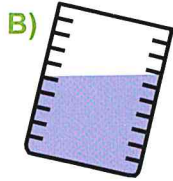
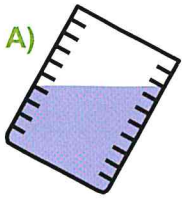
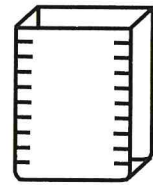
- A) **ΜΟΔΑ** B) **ΑΔΟΜ** Γ) **ΜΟΔΑ** Δ) **ΙΩΔΑ** Ε) **ΣΟΔΑ**

5) Ρίχνουμε συγχρόνως τρία κανονικά ζάρια και προσθέτουμε τις ενδείξεις που φέρνουμε. Για παράδειγμα στην εικόνα το άθροισμα είναι $2 + 4 + 3 = 9$. Πόσα τέτοια διαφορετικά αθροίσματα μπορούμε να πετύχουμε;

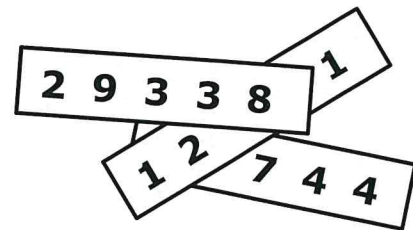


- A) 14 B) 15 Γ) 16 Δ) 17 Ε) 18

6) Έχουμε 5 ολόγεια γυάλινα δοχεία σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Το καθένα περιέχει κάποια ποσότητα νερού, όπως στις παρακάτω εικόνες. Τα 4 από τα δοχεία περιέχουν την ίδια ποσότητα νερού. Ποιο είναι το δοχείο που περιέχει διαφορετική ποσότητα νερού;

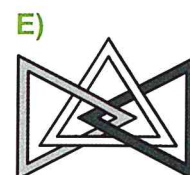
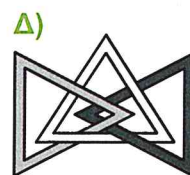
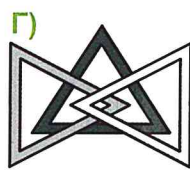
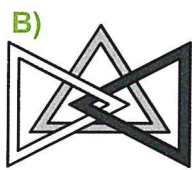


7) Έχουμε τρία κομμάτια χαρτί. Στο καθένα είναι γραμμένος από ένας πενταψήφιος αριθμός. Τα κομμάτια τοποθετήθηκαν όπως στην εικόνα. Τέσσερα από τα ψηφία σκεπάστηκαν. Το άθροισμα των τριών πενταψήφιων αριθμών είναι 87283. Ποια είναι τα τέσσερα ψηφία που σκεπάστηκαν;



- A) 1, 2, 4 και 5 B) 0, 2, 4, και 5 Γ) 2, 4, 5 και 9 Δ) 0, 1, 4 και 5 Ε) 0, 2, 3 και 5

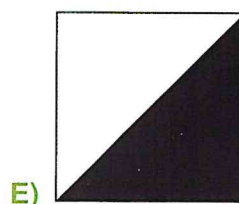
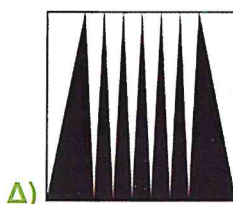
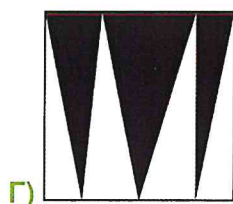
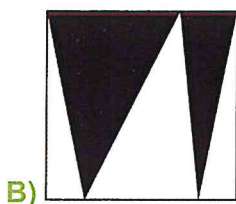
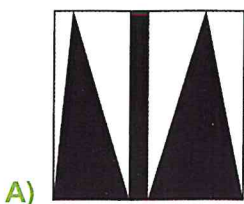
8) Τρία τρίγωνα έχουν συνδεθεί μεταξύ τους όπως στην εικόνα δεξιά. Ποια από τις παρακάτω εικόνες είναι τα ίδια τρία τρίγωνα;



9) Σε ένα πάρκο ζουν 14 καγκουρό και 12 καμήλες. Μια μέρα ένα παιδί έδωσε από ένα μήλο στα μισά από αυτά τα ζώα. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός από καγκουρό που μπορεί να πήραν μήλο από το παιδί;

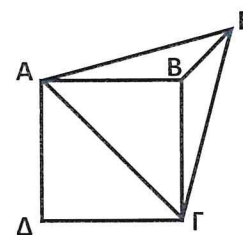
- A) 5 B) 4 Γ) 3 Δ) 2 Ε) 1

10) Έχουμε πέντε ίσα τετράγωνα. Στο καθένα κάποιο τμήμα του έχει βαφτεί μαύρο. Σε ποια από τις πέντε περιπτώσεις το μαυρισμένο τμήμα έχει μεγαλύτερο εμβαδόν;



Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο και το ΑΕΓ είναι ισόπλευρο τρίγωνο η μία πλευρά του οποίου συμπίπτει με την διαγώνιο του τετραγώνου, όπως στο σχήμα. Πόσες μοίρες είναι η γωνία ΓΒΕ;



- A) 120° B) 125° Γ) 130° Δ) 135° Ε) 150°

12) Δύο κύκλοι έχουν ακτίνες που διαφέρουν κατά 3 cm. Το μήκος της περιφέρειας του μεγάλου κύκλου είναι 2,5 φορές το μήκος της περιφέρειας του μικρού κύκλου. Πόση είναι η ακτίνα του μικρού κύκλου;

- A) 10 cm B) 8 cm Γ) 5 cm Δ) 4 cm Ε) 2 cm

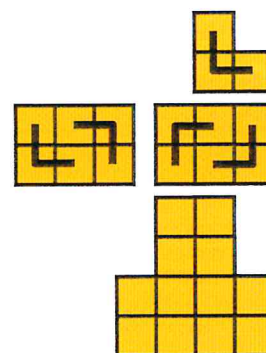
13) Οι α, β, γ, δ είναι διαφορετικοί μεταξύ τους μη μηδενικοί μονοψήφιοι φυσικοί αριθμοί. Ποια είναι η μικρότερη δυνατή τιμή που μπορεί να πάρει η παράσταση $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\gamma}{\delta}$;

- A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{17}{72}$ Γ) $\frac{25}{72}$ Δ) $\frac{13}{36}$ Ε) κανένα από τα προηγούμενα

14) Πόσοι φυσικοί αριθμοί από τον 2^{10} έως και τον 2^{13} είναι πολλαπλάσια του 2^{10} ;

- A) 2 B) 4 Γ) 6 Δ) 8 Ε) 16

15) Έχουμε πλακάκια σχήματος L όπως στην εικόνα, με τα οποία θέλουμε να καλύψουμε ένα πάτωμα. Αν για παράδειγμα το πάτωμα ήταν ένα 3×2 ορθογώνιο παραλληλόγραμμο τότε μπορούμε να το καλύψουμε με δύο διαφορετικούς τρόπους (βλέπε μεσαία εικόνα). Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να καλύψουμε με πλακάκια σχήματος L το πάτωμα στην εικόνα κάτω δεξιά;

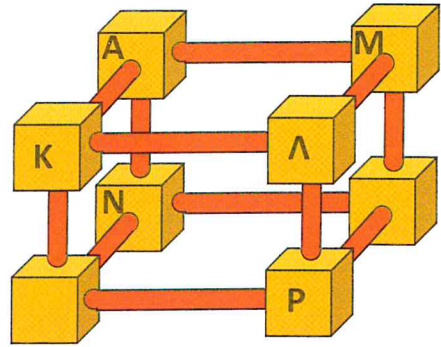


- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 Ε) 48

16) Η Αρτεμис έριχνε τα βέλη της προς έναν στόχο. Στις πρώτες 20 βολές πέτυχε τον στόχο σε 55% των προσπαθειών. Μετά έριξε άλλες πέντε βολές. Τώρα η συνολική της επιτυχία έγινε 56% όλων των προσπαθειών. Σε πόσες από τις πέντε τελευταίες βολές πέτυχε τον στόχο;

- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 Ε) 5

17) Η εικόνα δείχνει μία κατασκευή που αποτελείται από 8 κύβους και από σωλήνες που συνδέουν κάποιους από τους κύβους. Ένα μυρμήγκι βρίσκεται τώρα στον κύβο σημειωμένο με το γράμμα Α. Σε κάθε μετακίνησή του το μυρμήγκι πηγαίνει από έναν κύβο σε γειτονικό κύβο περπατώντας μέσα από κάποιον από τους σωλήνες. Σε ποιον από τους κύβους Κ, Λ, Μ, Ν, Ρ μπορεί να βρεθεί το μυρμήγκι μετά από 1000 μετακινήσεις;



- A) μόνο στους Κ, Μ ή Ν Β) μόνο στους Κ ή Μ Γ) μόνο στον Ν
 Δ) μόνο στον Ρ Ε) μόνο στον Λ

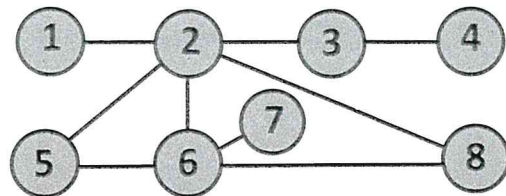
18) Ένας μαθητής είχε στον νου του δύο μονοψήφιους αριθμούς Χ και Υ διαφορετικούς του μηδενός. Με αυτούς έγραψε τον επταψήφιο φυσικό που έχει ψηφία κατά σειρά τα Χ, Χ, Χ, Υ, Υ, Υ, Υ και έναν διψήφιο φυσικό που έχει ψηφία κατά σειρά τα Χ, Υ. (Για παράδειγμα αν τα ψηφία του μαθητή ήταν τα Χ=5, Υ=3 θα είχε γράψει τους 5553333 και 53, αντίστοιχα). Παρατήρησε ότι το άθροισμα των ψηφίων του επταψήφιου αριθμού είναι όσο ο διψήφιος. Με πόσο ισούται το άθροισμα Χ+Υ;

- A) 8 Β) 9 Γ) 10 Δ) 11 Ε) 12

19) Η Λητώ είχε τετραπλάσιο αριθμό καρυδιών από την Νιόβη. Αργότερα η Λητώ χάρισε 160 καρύδια σε ένα τρίτο άτομο. Τότε η Λητώ έμεινε με διπλάσιο αριθμό καρυδιών από ότι η Νιόβη. Πόσα ήταν όλα μαζί τα καρύδια που είχαν στην αρχή η Λητώ και η Νιόβη;

- A) 192 Β) 200 Γ) 250 Δ) 400 Ε) 420

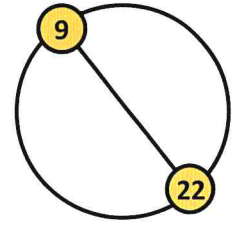
20) Ένας ζωγράφος θέλει να βάψει τον καθένα από τους οκτώ κύκλους στο διάγραμμα είτε με κόκκινο είτε με κίτρινο είτε με μπλε χρώμα. Θέλει οι κύκλοι που συνδέονται με ένα ευθύγραμμο τμήμα να έχουν διαφορετικά χρώματα. Ποιοι δύο κύκλοι έχουν οπωσδήποτε το ίδιο χρώμα, όποια και αν είναι μία τέτοια βαφή;



- A) 5 και 8 Β) 1 και 6 Γ) 2 και 7 Δ) 4 και 5 Ε) 3 και 6

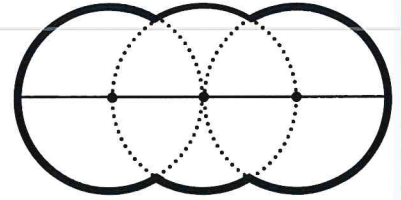
Ερωτήσεις 5 πόντων:

21) Για κάποιον φυσικό αριθμό N οι φυσικοί αριθμοί από τον 1 μέχρι και τον N τοποθετούνται διαδοχικά, με την σειρά τους, στις κορυφές ενός κανονικού πολυγώνου με N πλευρές εγγεγραμμένου σε κύκλο. Η διάμετρος που διέρχεται από την κορυφή με τον αριθμό 9 περνάει επίσης από τον αριθμό 22. Πόσο είναι το N ;



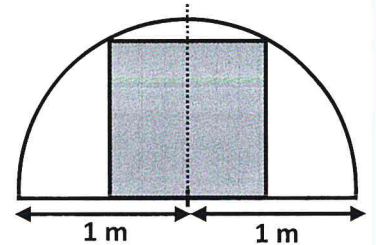
- A) 24 B) 25 Γ) 26 Δ) 30 Ε) 31

22) Τρεις ίσοι κύκλοι ακτίνας R έχουν τα κέντρα τους πάνω σε μία ευθεία. Ο μεσαίος κύκλος διέρχεται από τα κέντρα των άλλων δύο, όπως στο σχήμα. Πόση είναι η περίμετρος του σχήματος;



- A) $4\pi R$ B) $\frac{5}{3}\pi R$ Γ) $\frac{10}{3}\pi R$
 Δ) $2\pi R\sqrt{3}$ Ε) $\frac{2}{3}\pi R\sqrt{3}$

23) Ένα τετράγωνο είναι τοποθετημένο συμμετρικά σε ένα ημικύκλιο έχοντας τις δύο κορυφές του στην περίμετρο του ημικυκλίου και τις άλλες δύο στην διάμετρό του, όπως στο σχήμα. Αν η ακτίνα του ημικυκλίου είναι 1 m, πόσο είναι το εμβαδόν του τετραγώνου;



- A) $\frac{4}{5} \text{ m}^2$ B) $\frac{\pi}{4} \text{ m}^2$ Γ) 1 m^2 Δ) $\frac{4}{3} \text{ m}^2$ Ε) $\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ m}^2$

24) Ο Άρης, ο Ηρακλής και ο Θησέας είναι τρεις φίλοι που πάνε βόλτα κάθε μέρα. Τις ημέρες που ο Άρης δεν φοράει χλαμύδα, τότε ο Ηρακλής φοράει χλαμύδα. Τις ημέρες που ο Ηρακλής δεν φοράει χλαμύδα, τότε ο Θησέας φοράει χλαμύδα. Σήμερα ο Ηρακλής δεν φοράει χλαμύδα. Ποιος ή ποιοι φοράνε σήμερα χλαμύδα;

- A) Ο Άρης και ο Θησέας φοράνε και οι δύο χλαμύδα
 B) μόνο ο Άρης φοράει χλαμύδα
 Γ) μόνο ο Θησέας φοράει χλαμύδα
 Δ) ούτε ο Άρης ούτε ο Θησέας φοράνε χλαμύδα
 Ε) δεν μπορούμε να είμαστε βέβαιοι ποιος ή ποιοι φοράνε χλαμύδα σήμερα

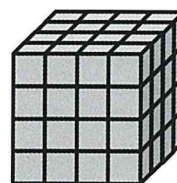
25) Ένας μελισσοκόμος έφτιαξε δύο κυλινδρικά κεριά διαφορετικού ύψους και διαφορετικού πάχους. Το πρώτο κεριά διαρκεί 6 ώρες μέχρι να λιώσει τελείως ενώ το δεύτερο διαρκεί 8 ώρες. Μια φορά ο μελισσοκόμος άναψε τα δύο κεριά συγχρόνως. Τρεις ώρες αργότερα τα δύο κεριά είχαν το ίδιο ύψος. Ποιο είναι το πηλίκο των αρχικών υψών των δύο κεριών;

- A) 4:3 B) 8:5 Γ) 3:5 Δ) 5:4 Ε) 7:3

26) Στις γυμναστικές επιδείξεις πήραν μέρος 30 αγόρια και 30 κορίτσια. Ο Γυμναστής θέλει να χωρίσει τα παιδιά αυτά σε ομάδες με τρόπο ώστε όλες οι ομάδες να έχουν τον ίδιο αριθμό από αγόρια αλλά να μην υπάρχουν ομάδες που να έχουν τον ίδιο αριθμό από κορίτσια. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από ομάδες που μπορεί να φτιάξει ο Γυμναστής;

- A) 5 B) 6 Γ) 10 Δ) 15 Ε) 30

27) Ο Ήφαιστος θέλει να κτίσει έναν $4 \times 4 \times 4$ κύβο χρησιμοποιώντας 32 λευκούς και 32 μαύρους κύβους διαστάσεων $1 \times 1 \times 1$. Θέλει να τους τοποθετήσει με τέτοιο τρόπο ώστε το λευκό μέρος της εξωτερικής επιφάνειας του μεγάλου κύβου να έχει όσο γίνεται μικρότερο εμβαδόν. Πόσο είναι το μικρότερο δυνατό αυτό εμβαδόν;



- A) 24 B) 36 Γ) 48 Δ) 64 Ε) 72

28) Γράφουμε τους αριθμούς από το 10 έως και τον 99 διαδοχικά, στην σειρά, χωρίς κενά. Μετά τους χωρίζουμε σε τριάδες όπως στην εικόνα.

101112131415...979899 \rightarrow (101)(112)(131)(415)...(979)(899)

Ποια από τις παρακάτω **δεν είναι** μια από τις τριάδες;

- A) (222) B) (444) Γ) (464) Δ) (646) Ε) (888)

29) Σε ένα τρένο που αποτελείται από 18 βαγόνια τα-



ξιδεύουν 700 επιβάτες. Σε κάθε πέντε διαδοχικά βαγόνια υπάρχουν συνολικά 190 επιβάτες. Πόσοι επιβάτες υπάρχουν στα δύο μεσαία βαγόνια του τρένου;

- A) 60 B) 70 Γ) 76 Δ) 80 Ε) 90

30) Έχουμε έναν 3-ψήφιο φυσικό αριθμό. Αν σβήσουμε οποιοδήποτε από τα ψηφία του τότε ο διψήφιος αριθμός που μένει διαιρεί τον αρχικό 3-ψήφιο. Πόσοι 3-ψήφιοι αριθμοί έχουν αυτή την ιδιότητα;

- A) 6 B) 8 Γ) 10 Δ) 12 Ε) 14