

Θέματα Καγκουρό 2018

Επίπεδο: 4

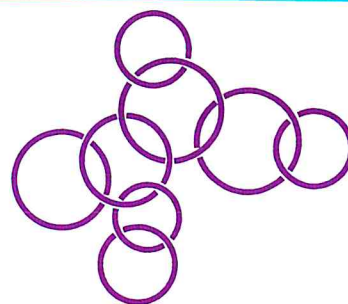
(για μαθητές της Γ΄ τάξης Γυμνασίου και Α΄ τάξης Λυκείου)

Ερωτήσεις 3 πόντων:

1) Σε μία οικογένεια κάθε παιδί έχει τουλάχιστον δύο αδελφούς και τουλάχιστον μία αδελφή. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός παιδιών που μπορεί να έχει η οικογένεια αυτή;

- A) 3 B) 4 Γ) 5 Δ) 6 Ε) 7

2) Στην εικόνα βλέπουμε μερικούς κρίκους. Κάποιοι από αυτούς είναι ενωμένοι ώστε να σχηματίζουν αλυσίδες. Πόσους κρίκους έχει η πιο μεγάλη αλυσίδα του σχήματος;

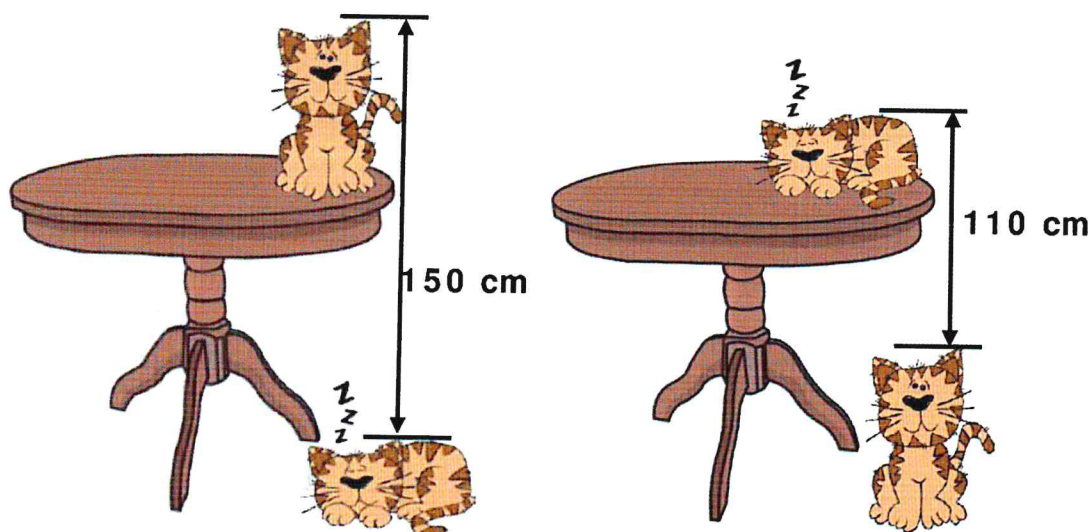


- A) 3 B) 4 Γ) 5 Δ) 6 Ε) 7

3) Οι δύο πλευρές ενός τριγώνου έχουν μήκος 5 και 2, αντίστοιχα. Η τρίτη πλευρά έχει μήκος έναν περιττό φυσικό αριθμό. Ποιο είναι το μήκος της τρίτης πλευράς;

- A) 3 B) 4 Γ) 5 Δ) 6 Ε) 7

4) Η απόσταση, στην αριστερή εικόνα, από την κορυφή της γάτας που κοιμάται στο πάτωμα μέχρι την κορυφή της γάτας που κάθεται πάνω στο τραπέζι είναι 150 cm. Η απόσταση, στην δεξιά εικόνα, από την κορυφή της γάτας που κάθεται στο πάτωμα μέχρι την κορυφή της γάτας που κοιμάται πάνω στο τραπέζι είναι 110 cm. Πόσο είναι το ύψος του τραπεζιού;



- A) 110 cm B) 120 cm Γ) 130 cm Δ) 140 cm Ε) 150 cm

ΣΟΤΕ-

350

ει να
έρεις;ιν τις
ίς 20
λεγεί

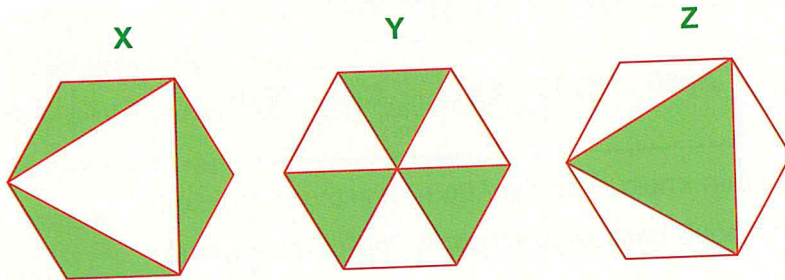
3

οντά-

5) Το άθροισμα 5 διαδοχικών φυσικών αριθμών είναι 10^{2018} . Ποιος είναι ο μεσαίος από τους 5 αριθμούς;

- A) 10^{2013} B) 5^{2017} Γ) 10^{2017} Δ) 2^{2018} Ε) $2 \cdot 10^{2017}$

6) Δίνονται τρία ίσα κανονικά εξάγωνα. Συμβολίζουμε με X, Y, Z τα εμβαδά των γραμμοσκιασμένων χωρίων, σε καθένα από τα τρία σχήματα, αντίστοιχα. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστή;



- A) $X = Y = Z$ B) $Y = Z \neq X$ Γ) $Z = X \neq Y$ Δ) $X = Y \neq Z$
 Ε) Τα X, Y, Z είναι όλα διαφορετικά μεταξύ τους

7) Ο Διόφαντος έγραψε στον πίνακα τον πιο μικρό φυσικό αριθμό του οποίου τα ψηφία έχουν άθροισμα 200. Ποιο είναι το πρώτο (δηλαδή το αριστερότερο) ψηφίο του αριθμού αυτού;

- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 Ε) 9

8) Η γιαγιά μάζεψε 42 μήλα, 60 βερίκοκα και 90 κεράσια. Θέλει να τα χωρίσει σε ολόιδιες ομάδες χωρίς να περισσέψει κανένα φρούτο. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από ομάδες που μπορεί να φτιάξει;

- A) 3 B) 6 Γ) 10 Δ) 14 Ε) 42

9) Στην πρόσθεση που φαίνεται στην εικόνα, μερικά από τα ψηφία έχουν αντικατασταθεί με τα γράμματα P, Q, R και S. Πόσο είναι το άθροισμα $P+Q+R+S$;

	P	4	5
+	Q	R	S
<hr/>			
	6	5	4

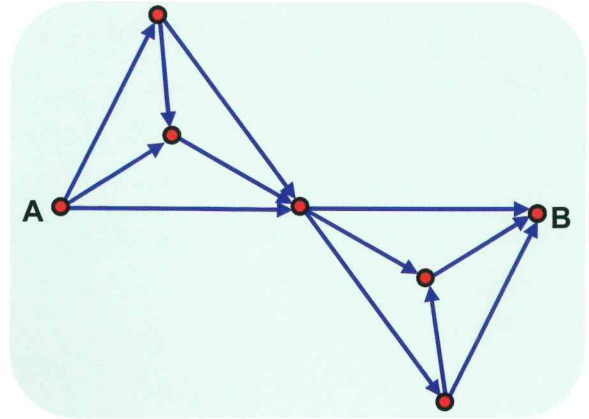
- A) 14 B) 15 Γ) 16 Δ) 17 Ε) 24

10) Με πόσο ισούται το άθροισμα του 25% του 2018 και του 2018% του 25;

- A) 1009 B) 2016 Γ) 2018 Δ) 3027 Ε) 5045

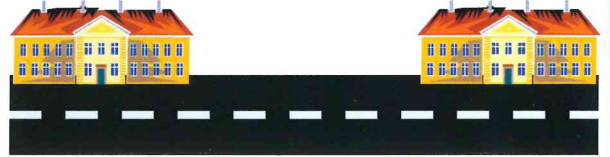
Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Στον χάρτη δεξιά φαίνονται τα μονοπάτια που συνδέουν τα αξιοθέατα σε ένα πάρκο. Θέλουμε να πάμε από το σημείο A στο σημείο B κατά μήκος των μονοπατιών, ακολουθώντας την κατεύθυνση που δείχνουν τα βέλη. Πόσες διαφορετικές διαδρομές υπάρχουν από το A στο B;



- A) 20 B) 16 Γ) 12 Δ) 9 E) 6

12) Δύο κτίρια ενός Σχολείου βρίσκονται στον ίδιο ίδιο δρόμο αλλά σε απόσταση 250 μέτρων μεταξύ τους. Στο πρώτο κτίριο υπάρχουν 100 μαθητές και στο δεύτερο 150. Που πρέπει να τοποθετηθεί η



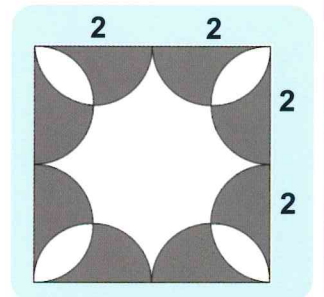
στάση του λεωφορείου αν θέλουμε **το σύνολο της απόστασης** που περπατούν **όλοι** οι μαθητές από το κτίριό τους μέχρι την στάση να είναι το μικρότερο δυνατό;

- A) Ακριβώς έξω από το πρώτο κτίριο B) σε απόσταση 100 μέτρων από το πρώτο κτίριο
Γ) σε απόσταση 100 μέτρων από το δεύτερο κτίριο Δ) Ακριβώς έξω από το δεύτερο κτίριο
E) οπουδήποτε στο ενδιάμεσο των κτιρίων

13) Σε μία σειρά είναι γραμμένοι 105 αριθμοί σύμφωνα με το μοτίβο 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, ... Με άλλα λόγια ο φυσικός αριθμός N είναι γραμμένος N φορές διαδοχικά. Πόσοι από αυτούς τους 105 αριθμούς είναι πολλαπλάσια του 3;

- A) 4 B) 12 Γ) 21 Δ) 30 E) 45

14) Σχεδιάζουμε 8 ίδια ημικύκλια στο εσωτερικό ενός τετραγώνου πλευράς 4. Το κάθε ημικύκλιο έχει διάμετρο 2. Πόσο είναι το εμβαδόν της λευκής περιοχής μέσα στο τετράγωνο;



- A) 2π B) 8 Γ) $6 + \pi$ Δ) $3\pi - 2$ E) 3π

15) Σε έναν Νομό υπάρχουν 40 υπεραστικά λεωφορεία. Το καθένα κάνει ένα δρομολόγιο την ημέρα αρχίζοντας από μία τις πόλεις Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ και τελειώνοντας σε άλλη από τις ίδιες πόλεις. Κάποια μέρα

- 10 υπεραστικά λεωφορεία μπήκαν ή βγήκαν από την πόλη Κ,
- 10 υπεραστικά λεωφορεία μπήκαν ή βγήκαν από την πόλη Λ,
- 10 υπεραστικά λεωφορεία μπήκαν ή βγήκαν από την πόλη Μ,

- 10 υπεραστικά λεωφορεία μπήκαν ή βγήκαν από την πόλη Ν.

Πόσα υπεραστικά λεωφορεία μπήκαν ή βγήκαν από την πόλη Ξ;

A) 0 B) 10 Γ) 20 Δ) 30 Ε) 40

16) Σε μία Σχολή οι φοιτητές σπουδάζουν είτε Μαθηματικά είτε Μηχανική (όχι και τα δύο).

Το 35% αυτών που σπουδάζουν Μαθηματικά είναι αγόρια.

Τα κορίτσια που σπουδάζουν Μαθηματικά είναι το 13% όλων των φοιτητών.

Τι ποσοστό των φοιτητών σπουδάζει Μαθηματικά στην Σχολή αυτή;

A) 13 % B) 20 % Γ) 22 % Δ) 48 % Ε) 65 %

17) Τρία αδέρφια ήθελαν να αγοράσουν ένα βιβλίο για την μικρή τους αδελφή και αποφάσισαν να μοιραστούν το κόστος. Ο ένας αδελφός έβαλε το μισό του ποσού που έβαλαν οι άλλοι δύο μαζί. Ο δεύτερος αδελφός έβαλε το ένα τρίτο του ποσού που έβαλαν οι άλλοι δύο μαζί. Ο τρίτος αδελφός έβαλε 10 ευρώ. Πόσο κόστισε το βιβλίο;

A) 24 ευρώ B) 26 ευρώ Γ) 28 ευρώ Δ) 30 ευρώ Ε) 32 ευρώ

18) Πόσοι τριψήφιοι αριθμοί υπάρχουν με την ιδιότητα: Ο διψήφιος αριθμός που προκύπτει αν σβήσουμε το μεσαίο ψηφίο του τριψήφιου είναι ίσος με το $\frac{1}{9}$ του τριψήφιου;

A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 Ε) 5

19) Πόσες φορές πρέπει να γραφτεί ο αριθμός 2018^2 μέσα στο σύμβολο της τετραγωνικής ρίζας για να είναι σωστή η σημειωμένη πράξη;

$$\sqrt{2018^2 + 2018^2 + 2018^2 + \dots + 2018^2} = 2018^{10}$$

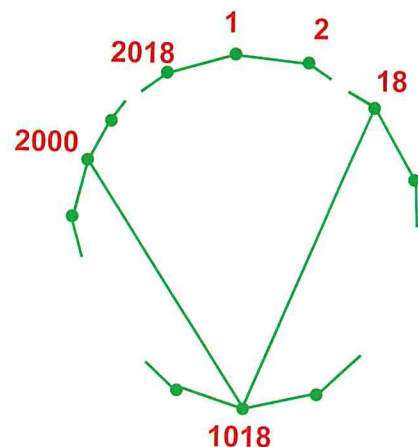
A) 5 B) 8 Γ) 18 Δ) 2018^8 Ε) 2018^{18}

20) Πόσα ψηφία έχει ο αριθμός που προκύπτει όταν εκτελεστούν οι πράξεις στο γινόμενο $\frac{1}{9} \times 10^{2018} \times (10^{2018} - 1)$;

A) 2017 B) 2018 Γ) 4035 Δ) 4036 Ε) 4037

Ερωτήσεις 5 πόντων:

21) Ένα πολύγωνο έχει 2018 κορυφές οι οποίες είναι αριθμημένες διαδοχικά με τους αριθμούς 1 έως 2018. Σχεδιάζουμε τώρα δύο διαγώνιες. Πρώτον αυτήν που συνδέει τις κορυφές 18 και 1018, και δεύτερον αυτήν που συνδέει τις κορυφές 1018 και 2000. Σχηματίζονται τώρα τρία πολύγωνα. Πόσες κορυφές έχουν τα τρία αυτά πολύγωνα;



(το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα)

- A) 38, 983 και 1001 B) 37, 983 και 1001
 Γ) 38, 982 και 1001 Δ) 37, 982 και 1000
 E) 37, 983 και 1002

22) Στον πίνακα είναι γραμμένοι κάμποσοι **ακέραιοι αριθμοί**, ένας από τους οποίους είναι ο 2018. Το άθροισμα όλων των γραμμένων αριθμών είναι 2018. Το γινόμενο όλων των γραμμένων αριθμών είναι επίσης 2018. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς θα μπορούσε να είναι το πλήθος των γραμμένων ακεραίων ενώ οι άλλοι αποκλείονται;

- A) 2016 B) 2017 Γ) 2018 Δ) 2019 E) 2020

23) Δίνονται τέσσερις αριθμοί. Διαλέγουμε τρεις από αυτούς, βρίσκουμε τον μέσο όρο τους και μετά προσθέτουμε στην απάντηση το τέταρτο αριθμό. Αυτό μπορεί να γίνει με τέσσερις τρόπους. Αν τα αποτελέσματα που θα βρούμε είναι 17, 21, 23 και 29, αντίστοιχα, ποιος είναι ο πιο μεγάλος από τους τέσσερις αριθμούς;

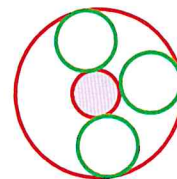
$$\frac{a+\beta+\gamma}{3} + \delta$$

- A) 12 B) 15 Γ) 21 Δ) 24 E) 29

24) Τα σημεία $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ είναι τοποθετημένα σε μία ευθεία και ισχύει $A_1A_2 = 1$. Επίσης, το A_1 είναι το μέσον του A_2A_3 , το A_2 είναι το μέσον του A_3A_4 , το A_3 είναι το μέσον του A_4A_5 , και το A_4 είναι το μέσον του A_5A_6 . Τι μήκος έχει το A_5A_6 ;

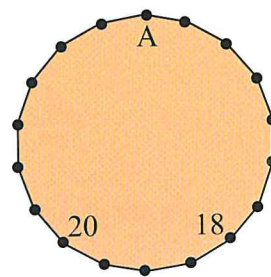
- A) 8 B) 12 Γ) 14 Δ) 15 E) 16

25) Δύο ομόκεντροι κύκλοι με ακτίνες 1 και 9 σχηματίζουν ένα δακτυλίδι. Στο δακτυλίδι σχεδιάζονται N κύκλοι που δεν έχουν κοινά σημεία μεταξύ τους και ο καθένας εφάπτεται στους δύο αρχικούς. (Στο σχήμα δίνεται ένα παράδειγμα με $N = 3$ αλλά **το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα**). Ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή που μπορεί να έχει ο N ;



- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 E) 5

26) Θέλουμε να γράψουμε από έναν αριθμό στις κορυφές ενός 18-γώνου. Ο κάθε αριθμός πρέπει να είναι ίσος με το άθροισμα των αριθμών στις δύο γειτονικές του κορυφές. Δύο αριθμοί είναι κίολας γραμμένοι. Ποιος αριθμός πρέπει να γραφτεί στην κορυφή Α;



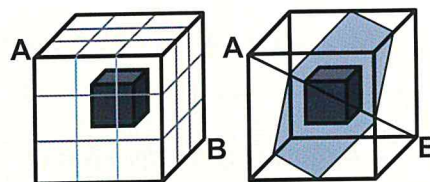
- A) 2018 B) -20 Γ) 18 Δ) 38 Ε) -38

27) Η Υπατία σχεδίασε ένα 3×4 ορθογώνιο παραλληλόγραμμο χωρισμένο σε τετράγωνα, μερικά από τα οποία τα έβαψε μαύρα. Σε κάθε λευκό τετράγωνο έγραψε τον αριθμό των μαύρων τετραγώνων με τα οποία το συγκεκριμένο τετράγωνο έχει κοινή πλευρά. Το σχήμα δείχνει ένα παράδειγμα. Μετά έκανε την ανάλογη εργασία σε ένα 2×10 ορθογώνιο. Αν προσθέσει τους αριθμούς στα λευκά τετράγωνα, ποιο είναι το μεγαλύτερο δυνατό άθροισμα που μπορεί να πάρει;

1	■	2	1
0	3	■	■
1	■	2	1

- A) 26 B) 27 Γ) 28 Δ) 29 Ε) 30

28) Έχουμε έναν $3 \times 3 \times 3$ κύβο από τον οποίο λείπει το κεντρικό $1 \times 1 \times 1$ κομμάτι (γραμμοσκιασμένο στο διπλανό σχήμα). Ένα επίπεδο είναι κάθετο στην διαγώνιο AB του κύβου, και διέρχεται από το κέντρο του κύβου. Τι σχήμα έχει η τομή του επιπέδου και του αρχικού κύβου του οποίου λείπει ένα κομμάτι;

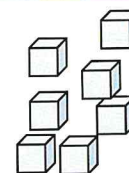


- A) B) Γ) Δ) Ε)

29) Γράφουμε στα τετράγωνα ενός 2×3 ορθογωνίου τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6. Κάθε τετράγωνο περιέχει έναν αριθμό. Οι αριθμοί χρησιμοποιούνται όλοι, από μία φορά ο καθένας. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό αν σε κάθε γραμμή και σε κάθε στήλη το άθροισμα των αριθμών είναι πολλαπλάσιο του 3;

- A) 36 B) 42 Γ) 45 Δ) 48 Ε) άλλος αριθμός

30) Ο κύριος Μάστορας έφτιαξε ένα κύβο κολλώντας ίσους μεταξύ τους μικρότερους κύβους. Μετά έβαψε μερικές από τις έδρες του μεγάλου κύβου, αλλά δεν θυμάται πόσες. Αργότερα ο μεγάλος κύβος έπεσε στο πάτωμα με αποτέλεσμα οι μικροί κύβοι να ξαναχωρίσουν. Ο κύριος Μάστορας παρατήρησε ότι 45 από τους μικρούς κύβους δεν είχαν καθόλου μπογιά πάνω τους. Πόσες από τις έδρες του μεγάλου κύβου έβαψε ο κύριος Μάστορας;



- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 Ε) 6