

Θέματα Καγκουρό 2015

Επίπεδο: 4

(για μαθητές της Γ΄ τάξης Γυμνασίου και Α΄ τάξης Λυκείου)

Ερωτήσεις 3 πόντων:

1) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι πλησιέστερος στον $20,15 \cdot 51,02$;

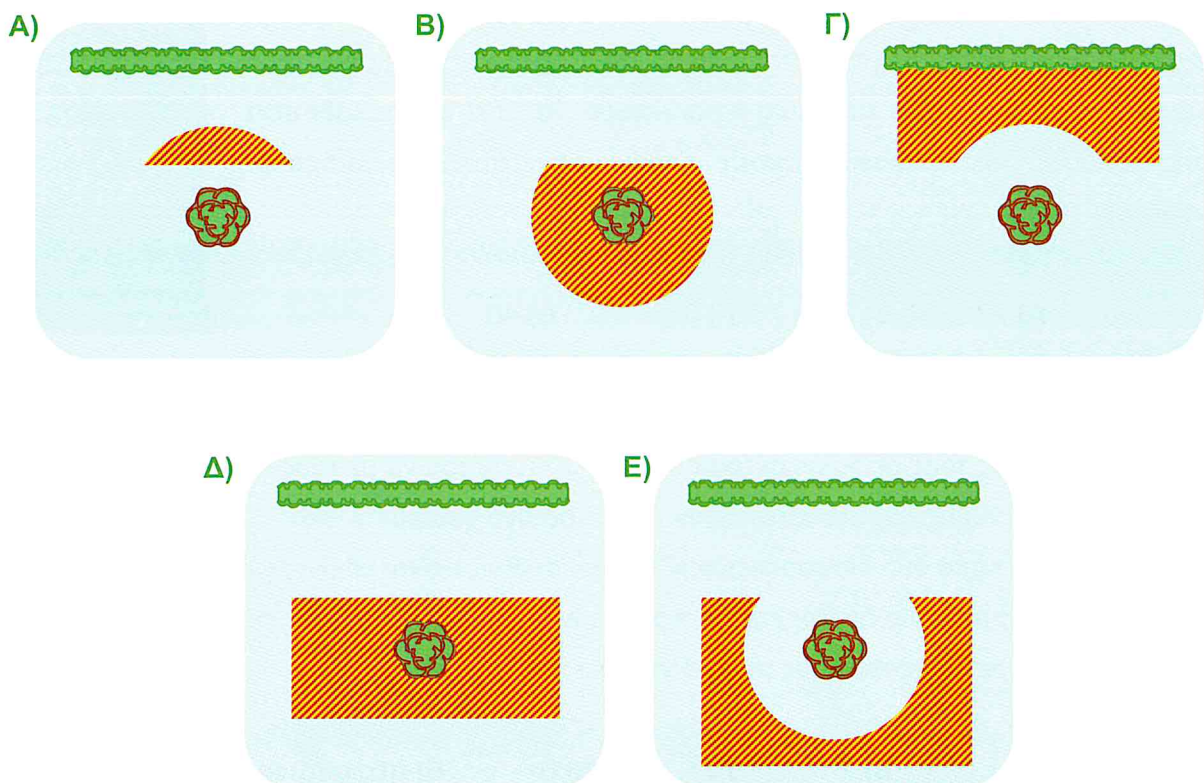
- A) 100 B) 1000 Γ) 10000 Δ) 100000 E) 1000000

2) Στην μπουγάδα είναι κρεμασμένες 29 κάλτσες. Κάθε κάλτσα είναι είτε μαύρη είτε άσπρη. Ανάμεσα σε κάθε δύο διαδοχικές μαύρες κάλτσες υπάρχει ακριβώς μία άσπρη κάλτσα. Οι κάλτσες στα δύο άκρα είναι μαύρες. Πόσες είναι συνολικά οι μαύρες κάλτσες;



- A) 10 B) 11 Γ) 13
Δ) 14 E) 15

3) Ένας πειρατής θέλει να ξεθάψει έναν θησαυρό που είχε κρύψει στον κήπο του. Θυμάται ότι τον είχε κρύψει σε απόσταση τουλάχιστον 5 μέτρων από τον φράχτη και το πολύ 5 μέτρων από το δέντρο. Ποιο από τα παρακάτω σχεδιαγράμματα δείχνει την περιοχή που πρέπει να σκάψει;



4) Ποιο είναι το ψηφίο των μονάδων του αριθμού $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$ στο δεκαδικό ανάπτυγμα;

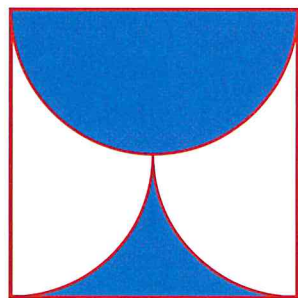
- A) 1 B) 5 Γ) 6 Δ) 7 Ε) 9

5) Τρεις φίλες, η Άρτεμις, η Αθηνά και η Αφροδίτη, αγόρασαν 30 ίδιες Χριστουγεννιάτικες κάρτες. Η Άρτεμις πλήρωσε 80 λεπτά, η Αθηνά πλήρωσε 50 λεπτά και η Αφροδίτη 20 λεπτά. Πόσες κάρτες αγόρασε η Άρτεμις;



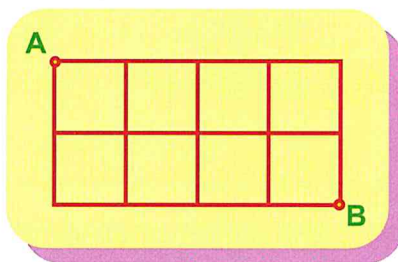
- A) 20 B) 19 Γ) 18 Δ) 17 Ε) 16

6) Το γαλάζιο σχήμα βρίσκεται μέσα σε τετράγωνο πλευράς a και το σύνορο του αποτελείται από ένα ημικύκλιο και δύο τεταρτοκύκλια. Πόσο είναι το εμβαδόν του;



- A) $\frac{\alpha^2 \pi}{8}$ B) $\frac{\alpha^2}{2}$ Γ) $\frac{\alpha^2 \pi}{2}$ Δ) $\frac{\alpha^2}{4}$ Ε) $\frac{\alpha^2 \pi}{4}$

7) Κάθε τετραγωνάκι στο διπλανό σχήμα έχει μήκος 1. Τι μήκος έχει η μικρότερη δυνατή διαδρομή από το A μέχρι το B αν επιτρέπεται να προχωράμε μόνο κατά μήκος των σημειωμένων γραμμών ή των διαγωνίων των μικρών τετραγώνων;



- A) $2\sqrt{5}$ B) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ Γ) $2 + 2\sqrt{2}$
 Δ) $4\sqrt{2}$ Ε) 6

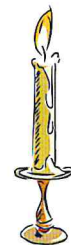
8) Σε μία τάξη υπάρχουν 33 παιδιά. Όλα αγαπούν είτε τα Μαθηματικά ή την Γυμναστική ή και τα δύο. Ακριβέστερα, 3 παιδιά αγαπούν και τα δύο. Από τα υπόλοιπα, διπλάσιος αριθμός παιδιών αγαπούν μόνο τα Μαθηματικά σε σύγκριση με τον αριθμό των παιδιών που αγαπούν μόνο την Γυμναστική. Πόσα παιδιά **συνολικά** αγαπούν τα Μαθηματικά;

- A) 15 B) 18 Γ) 20 Δ) 22 Ε) 23

9) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς δεν είναι τέλειο τετράγωνο φυσικού αριθμού;

- A) 3^{10} B) 5^{12} Γ) 4^{11} Δ) 25^3 Ε) 2^{13}

10) Ο κύριος Καντηλανάφτης έχει 100 κερί. Κάθε μέρα ανάβει ένα κερί. Με το περίσσευμα 7 χρησιμοποιημένων κεριών, φτιάχνει ένα καινούργιο. Πόσες συνεχόμενες μέρες μπορεί να ανάβει από ένα κερί;



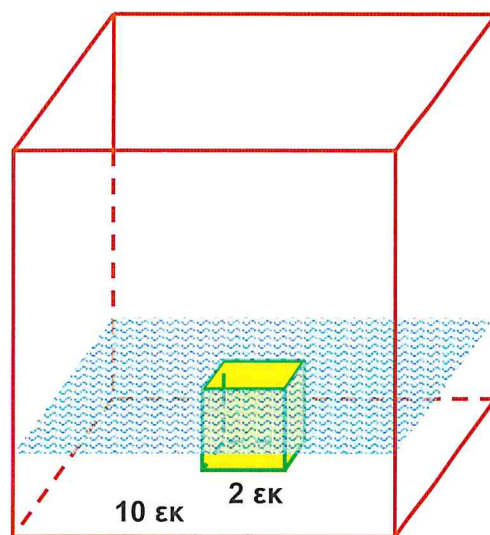
- A) 112 B) 114 Γ) 115 Δ) 116 Ε) 117

Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Δύο **πρώτοι** αριθμοί έχουν άθροισμα 85. Με πόσο ισούται το γινόμενο τους;

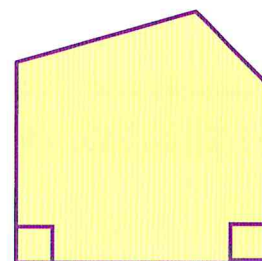
- A) 85 B) 166 Γ) 170 Δ) 246
 Ε) υπάρχουν περισσότερες από μία απαντήσεις

12) Ένα δοχείο έχει σχήμα πρίσματος με τετράγωνη βάση πλευράς 10 εκ. Μέσα στο δοχείο τοποθετούμε έναν συμπαγή κύβο πλευράς 2 εκ. και ρίχνουμε νερό στο δοχείο μέχρι την στιγμή που μόλις σκεπαστεί ο κύβος. Αν αφαιρέσουμε τον μικρό κύβο, σε τι ύψος θα βρεθεί η στάθμη του νερού;



- A) 1,92 εκ B) 1,93 εκ
 Γ) 1,90 εκ Δ) 1,91 εκ
 Ε) 1,94 εκ

13) Ένα κυρτό πεντάγωνο έχει N το πλήθος ορθές γωνίες. Για παράδειγμα, το διπλανό σχήμα είναι κυρτό πεντάγωνο με 2 ορθές γωνίες. Ποιες είναι η δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει το N ;

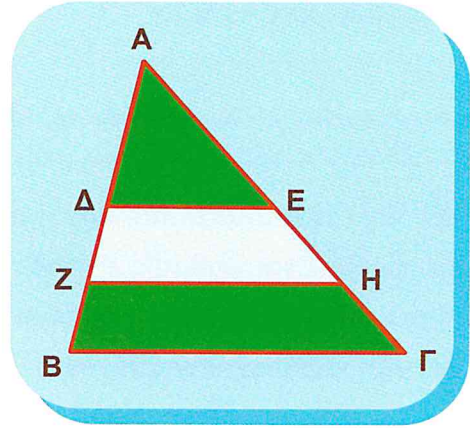


- A) 1, 2, 3 B) 0, 1, 2, 3, 4 Γ) 0, 1, 2, 3
 Δ) 0, 1, 2 Ε) 1, 2

14) Στην Αφιοκρατορία όλοι οι κάτοικοι έχουν πολλά αφτιά. Σε μια παρέα τριών φίλων ο πρώτος είπε «**βλέπω 8 αφτιά**», ο δεύτερος είπε «**εγώ βλέπω 7 αφτιά**» και ο τρίτος είπε «**περίεργο, εγώ βλέπω μόνο 5**». Ο καθένας έβλεπε τα αφτιά των άλλων δύο, αλλά όχι τα δικά του. Πόσα αφτιά έχει ο τρίτος της παρέας;

- A) 2 B) 4 Γ) 5 Δ) 6 Ε) 7

15) Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ οι ΔΕ και ΖΗ είναι παράλληλες προς την βάση και $AZ = \frac{4}{5} AB$. Τι κλάσμα του ΑΒ είναι το ΑΔ αν τα εμβαδά των δύο πράσινων σχημάτων είναι ίσα;

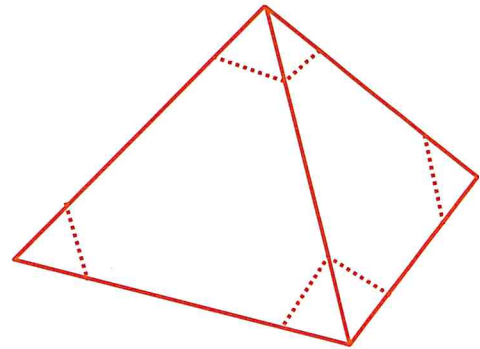


- A) $AΔ = \frac{1}{2} AB$ B) $AΔ = \frac{2}{3} AB$
 Γ) $AΔ = \frac{3}{4} AB$ Δ) $AΔ = \frac{3}{5} AB$
 Ε) $AΔ = \frac{4}{7} AB$

16) Σήμερα, το γινόμενο της ηλικίας μιας μητέρας και της ηλικίας του παιδιού της είναι 705. Πόση είναι η διαφορά των ηλικιών τους;

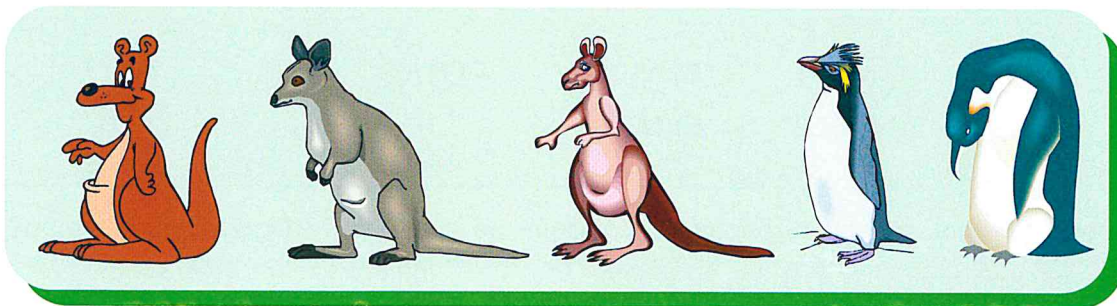
- A) 26 B) 29 Γ) 31 Δ) 32 Ε) 34

17) Από μία πυραμίδα με τετράγωνη βάση κόπηκαν μικρές πυραμίδες από τις 5 κορυφές της, όπως δείχνει η εικόνα. Το στερεό που έμεινε έχει 10 έδρες διαφόρων σχημάτων. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα **δεν** εμφανίζεται ως έδρα του νέου στερεού;



- A) τρίγωνο B) τετράπλευρο
 Γ) πεντάγωνο Δ) εξαγωνο
 Ε) οκτάγωνο

18) Στον κήπο ζουν 3 καγκουρό και 2 πιγκουίνοι. Με πόσους τρόπους μπορούν να σταθούν σε μία σειρά αν τα καγκουρό θέλουν να μείνουν σε διπλανές θέσεις και, επίσης, οι πιγκουίνοι θέλουν να μείνουν σε διπλανές θέσεις;



- A) 12 B) 24 Γ) 30 Δ) 60 Ε) 120

19) Πόσοι τριψήφιοι φυσικοί αριθμοί υπάρχουν τέτοιοι ώστε οποιαδήποτε δύο διαδοχικά ψηφία τους διαφέρουν κατά 3;

- A) 12 B) 14 Γ) 16 Δ) 20 Ε) 27

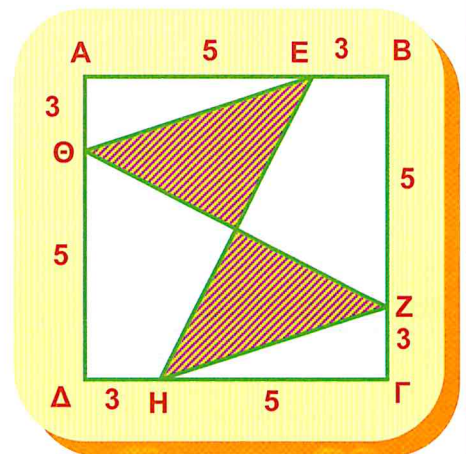
20) Ένα τεστ αποτελείται από 4 ερωτήσεις που βαθμολογούνται από το 1 μέχρι το 10. Ένας μαθητής είχε μέσο όρο 9 πόντους. Στην χειρότερή του απάντηση βαθμολογήθηκε με 6 πόντους. Με πόσους πόντους βαθμολογήθηκε η δεύτερη χειρότερή του απάντηση;



- A) 7 B) 8 Γ) 9 Δ) 10
Ε) δεν μπορούμε να είμαστε βέβαιοι

Ερωτήσεις 5 πόντων:

21) Ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ έχει πλευρά μήκους 8. Τα σημεία Ε, Ζ, Η, Θ απέχουν 5 από τις κορυφές Α, Β, Γ, Δ, αντίστοιχα, όπως στο σχήμα. Πόσο είναι το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής;



- A) 16 B) 17 Γ) 18
Δ) 24 Ε) 32

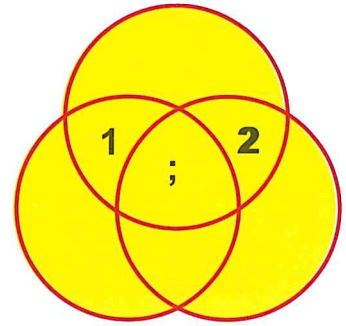
22) Ένας ερασιτέχνης μαθηματικός ισχυρίστηκε ότι απέδειξε ένα νέο θεώρημα που λέει «Αν N πρώτος αριθμός τότε ακριβώς ένας από τους $N-2$ και $N+2$ είναι πρώτος αριθμός». Όμως ένας μαθητής που πήρε μέρος στον διαγωνισμό Καγκουρό του είπε «Δεν το πιστεύω. Θα σου δώσω ένα παράδειγμα που δείχνει ότι κάνεις λάθος». Ποιο από τα παρακάτω είναι κατάλληλο παράδειγμα για να φανεί το λάθος του ερασιτέχνη μαθηματικού;

- A) $N = 11$ B) $N = 19$ Γ) $N = 21$
Δ) $N = 29$ Ε) $N = 37$

23) Πόσοι διψήφιοι αριθμοί μπορούν να γραφούν με ακριβώς 6 διαφορετικούς προσθετούς επιλεγμένους από τους 1, 2, 4, 8, 16, 32 και 64;

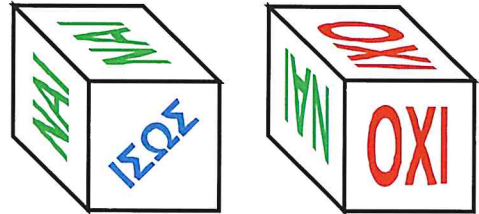
- A) 0 B) 1 Γ) 2 Δ) 3 Ε) 4

24) Η εικόνα δείχνει τρεις τεμνόμενους κύκλους που σχηματίζουν 7 περιοχές. Σε κάθε περιοχή γράφουμε έναν αριθμό. Θέλουμε ο αριθμός σε κάθε περιοχή να ισούται με το άθροισμα των αριθμών σε όλες τις γειτονικές του περιοχές. (Δύο περιοχές λέγονται γειτονικές αν έχουν κοινή συννοριακή γραμμή). Κάποιοι αριθμοί είναι ήδη γραμμένοι. Ποιος αριθμός πρέπει να μπει στην κεντρική περιοχή;



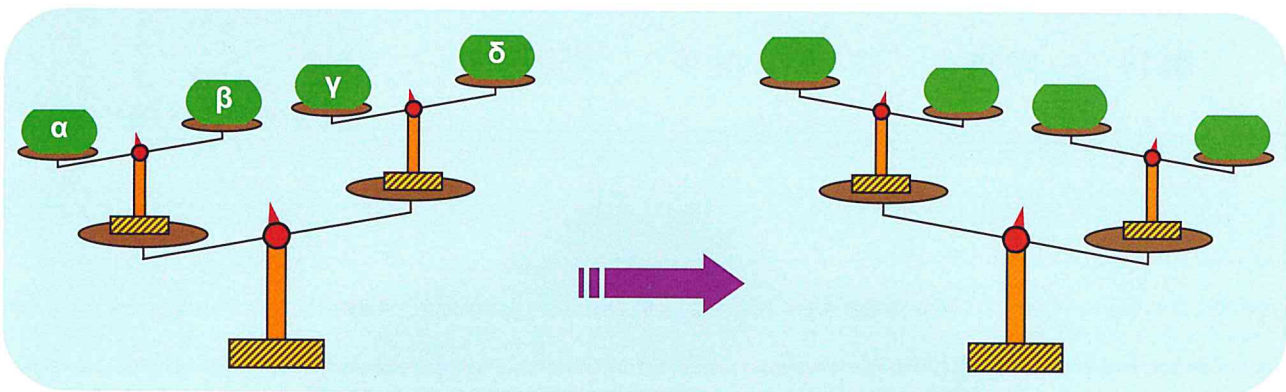
- A) 0 B) -3 Γ) 3 Δ) -6 Ε) 6

25) Σε κάθε έδρα ενός ζαριού είναι γραμμένη μία από τις λέξεις ΝΑΙ, ΟΧΙ και ΙΣΩΣ. Στην εικόνα βλέπουμε το ζάρι αυτό από δύο διαφορετικές οπτικές γωνίες. Σε πόσες έδρες του ζαριού είναι γραμμένη η λέξη ΝΑΙ;



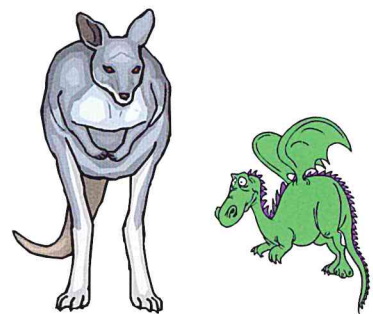
- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 Ε) τέτοιο ζάρι δεν υπάρχει

26) Τέσσερα βάρη α, β, γ, δ τοποθετήθηκαν στις ζυγαριές. Η εικόνα αριστερά δείχνει τις μεταξύ τους σχέσεις ως προς το βάρος. Αργότερα δύο από τα βάρη αντάλλαξαν θέσεις (το καθένα πήρε την θέση του άλλου). Το αποτέλεσμα φαίνεται στην δεξιά εικόνα. Ποια βάρη αντάλλαξαν θέσεις;



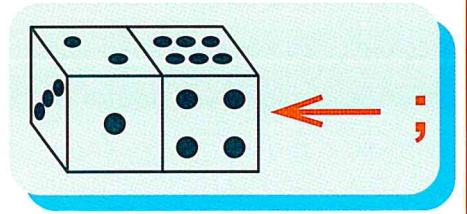
- A) τα α και β B) τα β και δ Γ) τα β και γ Δ) τα α και δ Ε) α και γ

27) Σε ένα δάσος ζουν καγκουρό και δράκοι. Ο συνολικός τους αριθμός είναι 2015. Τα καγκουρό λένε πάντα την αλήθεια και οι δράκοι λένε πάντα ψέματα. Κάποια στιγμή καθένα από αυτά τα ζώα είπε την φράση «χωρίς να μετράς εμένα, οι δράκοι στο δάσος είναι περισσότεροι από τα καγκουρό». Πόσα καγκουρό ζουν στο δάσος;



- A) 1 B) 1007 Γ) 1008 Δ) 2014
Ε) τέτοια κατάσταση αποκλείεται

28) Σε ένα κανονικό ζάρι το άθροισμα των δύο αριθμών σε όλα τα ζεύγη των απέναντι εδρών του είναι 7. Στην εικόνα βλέπουμε δύο ίδια κανονικά ζάρια κολλημένα μεταξύ τους. Ποιος αριθμός βρίσκεται στην έδρα που δείχνει το βέλος;

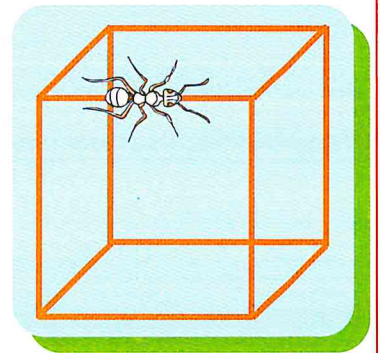


- A) υποχρεωτικά ο 5 B) υποχρεωτικά ο 2
 Γ) είτε ο 2 είτε ο 5 Δ) οποιοσδήποτε από τους 1, 2, 3 ή 5
 Ε) οποιοσδήποτε από τους 2, 3 ή 5

29) Στον πίνακα είναι γραμμένοι 10 διαφορετικοί ανά δύο αριθμοί. Ο Διόφαντος υπογράμμισε κάθε αριθμό του πίνακα που είναι ίσος με το γινόμενο των υπόλοιπων 9 αριθμών. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός υπογραμμίσεων που μπορεί να κάνει;

- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 9 Ε) 10

30) Ένα μυρμήγκι βρίσκεται σε μία από τις κορυφές ενός κύβου πλευράς 1. Θέλει να περπατήσει κατά μήκος όλων των ακμών του κύβου και να επιστρέψει στην αρχική κορυφή. Πόσο μήκος έχει η μικρότερη δυνατή διαδρομή που μπορεί να κάνει;



- A) 12 B) 14 Γ) 15 Δ) 16 Ε) 20

