

## Θέματα Καγκουρό 2014

Επίπεδο: 4

(για μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου και Α΄ τάξης Λυκείου)

## Ερωτήσεις 3 πόντων:

1) Η επέτειος μιας ετήσιας γιορτής καθορίστηκε είναι η τρίτη Πέμπτη του Μαρτίου, κάθε χρόνο. Ποια είναι η νωρίτερη δυνατή ημερομηνία που μπορεί να πέσει η γιορτή αυτή;

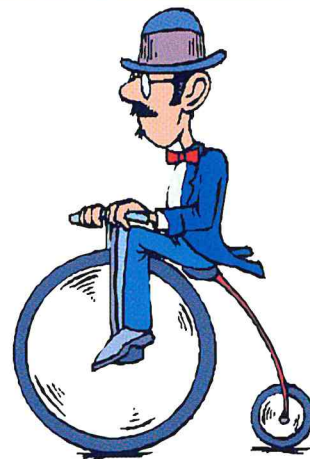
- A) 14 Μαρτίου      B) 15 Μαρτίου      Γ) 20 Μαρτίου  
 Δ) 21 Μαρτίου      E) 22 Μαρτίου

2) Το μεγαλύτερο υπερωκεάνιο του κόσμου μπορεί να κουβαλήσει 12500 κοντέινερ. Αν τα τοποθετήσουμε το ένα πίσω από το άλλο σε ευθεία γραμμή, θα έχει μήκος 75 χιλιόμετρα. Πόσο είναι το μήκος του κάθε κοντέινερ;

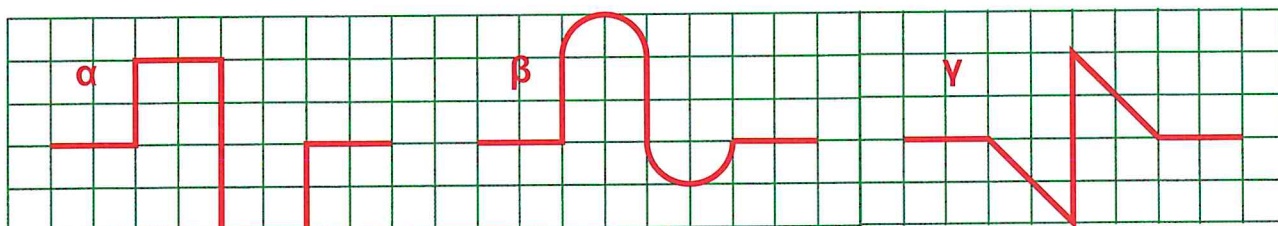
- A) 6 μέτρα      B) 16 μέτρα      Γ) 60 μέτρα  
 Δ) 160 μέτρα      E) 600 μέτρα

3) Η μεγάλη ρόδα ενός παλιού ποδηλάτου έχει περίμετρο 4,2 μέτρα και η μικρή έχει περίμετρο 0,9 μέτρα. Όταν η μεγάλη ρόδα κάνει τρεις πλήρεις περιστροφές κατά την κίνηση του ποδηλάτου, πόσες περιστροφές θα κάνει η μικρή ρόδα;

- A) 4,2      B) 11,34      Γ) 12  
 Δ) 14      E) κανένα από τα προηγούμενα



4) Τα  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  δηλώνουν τα μήκη των τριών (κόκκινων) γραμμών του σχήματος. Ποια από τις παρακάτω ανισότητες είναι σωστή;



- A)  $\alpha < \beta < \gamma$       B)  $\alpha < \gamma < \beta$       Γ)  $\beta < \alpha < \gamma$   
 Δ)  $\beta < \gamma < \alpha$       E)  $\gamma < \beta < \alpha$

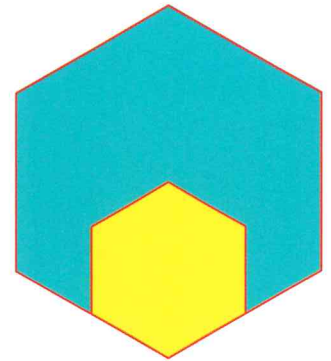
5) Ποιος αριθμός στον άξονα των πραγματικών αριθμών βρίσκεται ακριβώς στην μέση μεταξύ των αριθμών  $\frac{2}{3}$  και  $\frac{4}{5}$ ;

- A)  $\frac{11}{15}$       B)  $\frac{7}{8}$       Γ)  $\frac{3}{4}$       Δ)  $\frac{6}{15}$       Ε)  $\frac{5}{8}$

6) Παρατηρούμε ότι στον αριθμό 2014 της χρονολογίας μας φέτος, το τελευταίο ψηφίο είναι μεγαλύτερο από το άθροισμα των τριών άλλων ψηφίων. Πόσα χρόνια πέρασαν από την **τελευταία φορά** που συνέβη το ίδιο φαινόμενο;

- A) 1      B) 3      Γ) 5      Δ) 7      Ε) 11

7) Οι πλευρές του μεγάλου κανονικού εξαγώνου στο σχήμα έχουν διπλάσιο μήκος από τις πλευρές του μικρού κανονικού εξαγώνου. Το εμβαδόν του μικρού εξαγώνου είναι 4 τ.μ. Πόσο είναι το εμβαδόν του μεγάλου εξαγώνου;



- A) 16 τ.μ.      B) 14 τ.μ.      Γ) 12 τ.μ.  
Δ) 10 τ.μ.      Ε) 8 τ.μ.

8) Οι  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  είναι μη μηδενικοί αριθμοί. Είναι γνωστό ότι οι αριθμοί  $(-2)^3\alpha^2\beta\gamma^2$  και  $(-3)^2\alpha\beta^5\gamma^4$  έχουν το ίδιο πρόσημο. Ποιο από τα παρακάτω είναι **σίγουρα** σωστό;

- A)  $\alpha > 0$       B)  $\beta > 0$       Γ)  $\gamma > 0$       Δ)  $\alpha < 0$       Ε)  $\beta < 0$

9) Ο Ευκλείδης ζωγράφησε ένα τετράγωνο σε ένα σύστημα αξόνων. Μία διαγώνιος του τετραγώνου είναι πάνω στον άξονα των  $x$ . Οι συντεταγμένες των κορυφών του που βρίσκονται στον άξονα των  $x$  είναι  $(-1, 0)$  και  $(5, 0)$ , αντίστοιχα. Ποιο από τα παρακάτω είναι οι συντεταγμένες κάποιας κορυφής του ίδιου τετραγώνου;

- A)  $(2, 0)$       B)  $(2, 3)$       Γ)  $(2, -6)$       Δ)  $(3, 5)$       Ε)  $(3, -1)$

10) Σε ένα δάσος ζουν μαύροι λαγοί, γκρι λαγοί και αλεπούδες. Το πηλίκο των μαύρων λαγών προς τους γκρι είναι 2:3. Το πηλίκο των γκρι λαγών προς τις αλεπούδες είναι 8:1. Πόσο είναι το πηλίκο όλων των λαγών (μαύρων και γκρι) προς τις αλεπούδες;

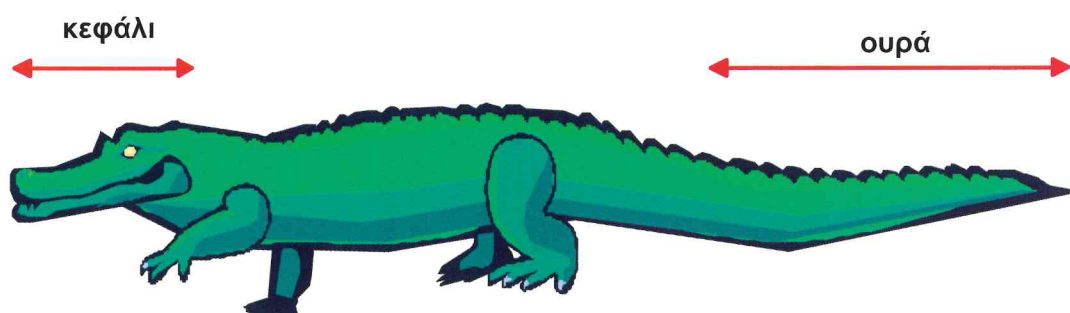
- A) 5:1      B) 10:3      Γ) 13:1      Δ) 12:1      Ε) 40:3

Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Η Δάφνη, η μητέρα της Δάφνης και η γιαγιά της Δάφνης έχουν φέτος άθροισμα ηλικιών ίσο με το 100. Η ηλικία καθεμιάς από τις τρεις είναι δύναμη του 2. Πότε γεννήθηκε η Δάφνη; (Δυνάμεις του 2 είναι οι αριθμοί της μορφής  $2^ν$ , για παράδειγμα  $2^0=1$ ,  $2^1=2$ ,  $2^2=4$ ,  $2^3=8$  κ.λπ.)

- A) 1998      B) 2006      Γ) 2010      Δ) 2012      Ε) 2013

12) Το μήκος της ουράς ενός κροκόδειλου είναι το ένα τρίτο ολόκληρου του μήκους του. Το κεφάλι του είναι 90 cm. Το κεφάλι είναι ίσο με το ένα τέταρτο του μήκους του κροκόδειλου χωρίς να μετρήσουμε την ουρά. Πόσο είναι το μήκος του κροκόδειλου;



- A) 540 cm      B) 480 cm      Γ) 472 cm      Δ) 360 cm      Ε) 180 cm

13) Ο Φειδίας κρέμασε στον τοίχο μερικούς πίνακες ζωγραφικής με τη μεγάλη τους πλευρά παράλληλα στο πάτωμα. Κάθε πίνακα τον κρέμασε από ένα καρφί που το τοποθέτησε σε ύψος 2,5 μέτρων από το πάτωμα. Για τον κάθε πίνακα χρησιμοποίησε ένα σπάγκο μήκους 2 μέτρων τον οποίο καρφίτσωσε στις δύο πάνω γωνίες του πίνακα. Ποιος από τους παρακάτω πίνακες βρίσκεται πιο κοντά στο πάτωμα;



- A) 120 cm × 40 cm      B) 120 cm × 50 cm  
 Γ) 120 cm × 90 cm      Δ) 160 cm × 60 cm  
 Ε) 160 cm × 100 cm

14) Οι διαστάσεις καθενός από τα τέσσερα μικρά ορθογώνια παραλληλόγραμμα στο σχήμα είναι ακέραιοι αριθμοί. Το εμβαδόν τριών από αυτά είναι 12, 21 και 35 αντίστοιχα. Πόσο είναι το εμβαδόν του τέταρτου;

12	21
;	35

- A) 15      B) 20      Γ) 21  
 Δ) 25      Ε) 30

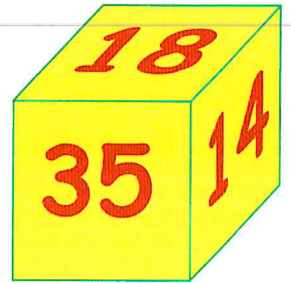
15) Στον πίνακα είναι γραμμένη η πρόσθεση τριών διψήφιων αριθμών της μορφής AA, BB, ΓΓ. Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης είναι 110. Με πόσο ισούται το άθροισμα  $A + B + \Gamma$ ;

- A) 9                      B) 10                      Γ) 11  
 Δ) 12                      E) κανένα από τα προηγούμενα

$$\begin{array}{r} AA \\ BB \\ + \Gamma\Gamma \\ \hline 110 \end{array}$$

16) Η εικόνα δείχνει ένα ειδικό ζάρι. Οι αριθμοί σε απέναντι έδρες του έχουν το ίδιο άθροισμα σε όλες τις περιπτώσεις. Οι αριθμοί που δεν φαίνονται στην εικόνα είναι όλοι πρώτοι. Ποιος αριθμός βρίσκεται απέναντι από την έδρα με το 14;

- A) 11                      B) 13                      Γ) 17                      Δ) 19                      E) 23



17) Μετά από έναν μαθηματικό διαγωνισμό ένας Καθηγητής ισχυρίστηκε ότι «**κάθε μαθητής έλυσε περισσότερα από 20 προβλήματα**». Στο τέλος αποδείχθηκε ότι ο ισχυρισμός του Καθηγητή ήταν λάθος. Πιο από τα παρακάτω είναι **σίγουρα** σωστό;

- A) Κανένας μαθητής δεν έλυσε περισσότερα από 20 προβλήματα  
 B) Κάποιος μαθητής έλυσε λιγότερα από 21 προβλήματα  
 Γ) Κάθε μαθητής έλυσε λιγότερα από 21 προβλήματα  
 Δ) Κάποιος μαθητής έλυσε ακριβώς 20 προβλήματα  
 E) Κάποιος μαθητής έλυσε περισσότερα από 20 προβλήματα

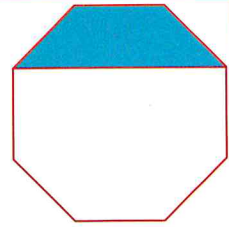
18) Σε ένα τουρνουά σκακιού οι παίκτες κερδίζουν 2 πόντους για κάθε νίκη, 1 πόντο για κάθε ισοπαλία και 0 πόντους για κάθε ήττα. Ο Σωκράτης έπαιξε 40 παιχνίδια στο τουρνουά αυτό, και το σκορ του ήταν 50 πόντοι. Πόσα περισσότερα ήσαν τα παιχνίδια που κέρδισε ο Σωκράτης από τα παιχνίδια που έχασε;

- A) 5                      B) 7                      Γ) 10                      Δ) 12                      E) 15

19) Η Αθηνά και η Σοφία ήθελαν να αγοράσουν η καθεμία από ένα ίδιο Λεξικό. Της Αθηνάς της έλλειπε το  $\frac{1}{3}$  των χρημάτων και της Σοφίας το  $\frac{1}{4}$ . Οι γονείς τους έδωσαν στην καθεμία από 10,5 ευρώ. Βάζοντας όλα τους τα χρήματα μαζί σε κοινό ταμείο αγόρασαν τα δύο αντίτυπα του Λεξικού. Δεν περίσσεψε ούτε λεπτό. Πόσο στοίχιζε το Λεξικό;

- A) 24 ευρώ              B) 28 ευρώ              Γ) 32 ευρώ              Δ) 36 ευρώ              E) 48 ευρώ

20) Η εικόνα δείχνει ένα κανονικό οκτάγωνο. Η σκιασμένη περιοχή έχει εμβαδόν  $3 \text{ cm}^2$ . Πόσο είναι το εμβαδόν του κανονικού οκταγώνου;



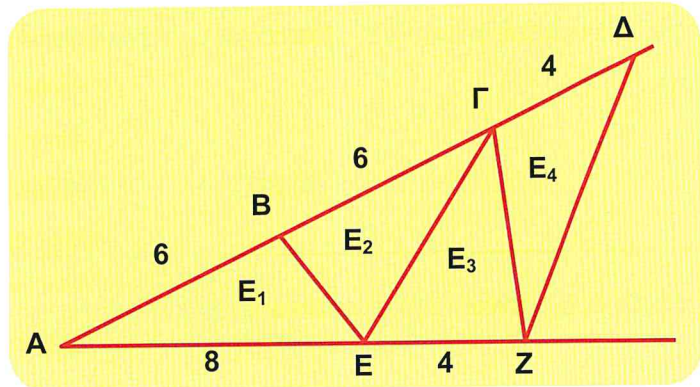
- A)  $8 + 4\sqrt{2} \text{ cm}^2$     B)  $9 \text{ cm}^2$     Γ)  $8\sqrt{2} \text{ cm}^2$     Δ)  $12 \text{ cm}^2$     E)  $14 \text{ cm}^2$

Ερωτήσεις 5 πόντων:

21) Τα ψηφία ενός πενταψήφιου αριθμού ΑΒΓΔΕ είναι όλα διαφορετικά μεταξύ τους και ικανοποιούν την ισότητα  $A \times B \times (\Gamma + \Delta + E + 5) = 33$ . Πόσοι τέτοιοι αριθμοί ΑΒΓΔΕ υπάρχουν;

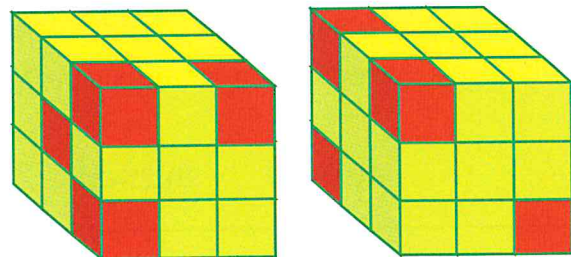
- A) 6    B) 9    Γ) 12    Δ) 18    E) κανένα από τα προηγούμενα

22) Στο διπλανό σχήμα τα σημεία Α, Β, Γ, Δ είναι σε ευθεία με  $AB=6$ ,  $B\Gamma=6$ ,  $\Gamma\Delta=4$ . Τα Α, Ε, Ζ είναι επίσης σε ευθεία, με  $AE=8$ ,  $EZ=4$ . Τα σχηματιζόμενα τρίγωνα έχουν εμβαδόν  $E_1, E_2, E_3$  και  $E_4$ , αντίστοιχα. Ποιο από τα παρακάτω αληθεύει;



- A)  $E_1 \neq E_2 = E_3 = E_4$   
 B)  $E_1 = E_2 > E_3 = E_4$     Γ)  $E_1 = E_2 < E_3 = E_4$   
 Δ)  $E_1 = E_2 = E_3 \neq E_4$     E)  $E_1 = E_2 = E_3 = E_4$

23) Η εικόνα δείχνει έναν κύβο που τον κοιτάμε από ψηλά από δύο διαφορετικά σημεία. Ο κύβος αποτελείται από 27 μονόχρωμα κυβάκια, κάποια από τα οποία είναι κόκκινα και τα υπόλοιπα κίτρινα. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από κόκκινα κυβάκια που μπορεί να περιέχει ο κύβος;



- A) 10    B) 9    Γ) 8    Δ) 7    E) 5

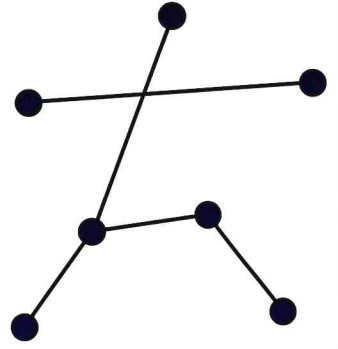
24) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι πολλαπλάσιο του 10;

- A)  $2^{100} + 2$     B)  $2^{101} + 2$     Γ)  $2^{102} + 2$     Δ)  $2^{103} + 2$     E)  $2^{104} + 2$

25) Μας δίνεται ένας κύβος. Οποιοσδήποτε τρεις κορυφές του κύβου σχηματίζουν τρίγωνο. Πόσα τέτοια τρίγωνα υπάρχουν αν οι κορυφές του δεν βρίσκονται όλες σε ίδια έδρα του κύβου;

- A) 16    B) 24    Γ) 32    Δ) 40    E) 48

26) Η εικόνα δείχνει 7 σημεία και τα ευθύγραμμα τμήματα που τα συνδέουν. Ο Ευκλείδης θέλει να προσθέσει και άλλα ευθύγραμμα τμήματα έτσι ώστε, στο τέλος, κάθε ένα από τα επτά σημεία να συνδέεται με ίσο πλήθος από τα υπόλοιπα σημεία. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός από ευθύγραμμα τμήματα που πρέπει να προσθέσει;



- A) 4      B) 5      Γ) 6      Δ) 9      Ε) 10

27) Ο Διόφαντος θέλει να γράψει στον πίνακα μερικούς διαφορετικούς ανά δύο φυσικούς αριθμούς μεγαλύτερους ή ίσους του 1 και μικρότερους ή ίσους του 60. Θέλει το γινόμενό τους να μην είναι πολλαπλάσιο του 18. Ποιο είναι το μεγαλύτερο δυνατό πλήθος αριθμών που μπορεί να γράψει;

- A) 12      B) 30      Γ) 40      Δ) 41      Ε) 48

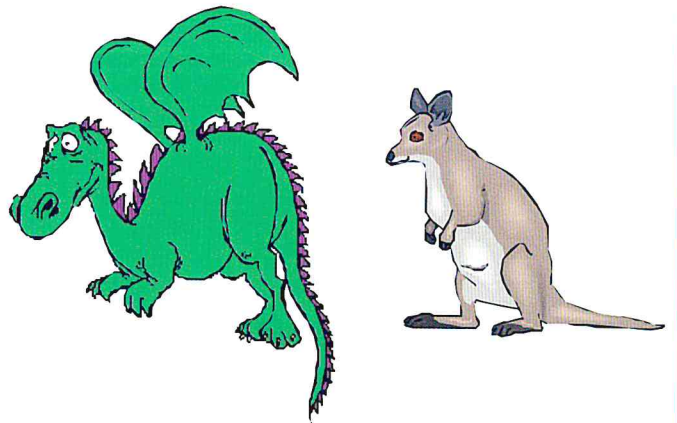
28) Οι  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι θετικοί φυσικοί αριθμοί με  $\alpha + \frac{1}{\beta + \frac{1}{\gamma}} = \frac{20}{19}$ . Με πόσο ισούται το γινόμενο  $\alpha\beta\gamma$ ;

- A) 6      B) 10      Γ) 18      Δ) 36      Ε) 42

29) Γράφουμε όλους τους πενταψήφιους αριθμούς χρησιμοποιώντας, για τον καθένα, και τα πέντε ψηφία 1, 2, 3, 4, 5. Μετά τους γράφουμε σε αύξουσα σειρά και τους χωρίζουμε στη μέση σε δύο ίσες ομάδες. Ποιος είναι ο τελευταίος αριθμός της πρώτης ομάδας;

- A) 12345      B) 25431      Γ) 31245      Δ) 32514      Ε) 32541

30) Σε ένα δάσος ζουν μόνο δράκοι και καγκουρό. Οι δράκοι λένε πάντα ψέματα και τα καγκουρό λένε πάντα την αλήθεια. Κάποια στιγμή 10 από τα ζώα του δάσους στάθηκαν το ένα πίσω από το άλλο σε μία ουρά. Τότε και τα 10 είπαν την φράση «*οι δράκοι που στέκονται μπροστά μου είναι περισσότεροι από τα καγκουρό που στέκονται πίσω μου*». Πόσοι δράκοι στέκονται στην ουρά αυτή;



- A) 0      B) 1      Γ) 5  
Δ) 6      Ε) 10