

Θέματα Καγκουρό 2013

Επίπεδο: 4

(για μαθητές της Γ΄ τάξης Γυμνασίου και Α΄ τάξης Λυκείου)

Ερωτήσεις 3 πόντων:

1) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς δε διαιρεί τον $200013 - 2013$;

Α) 2

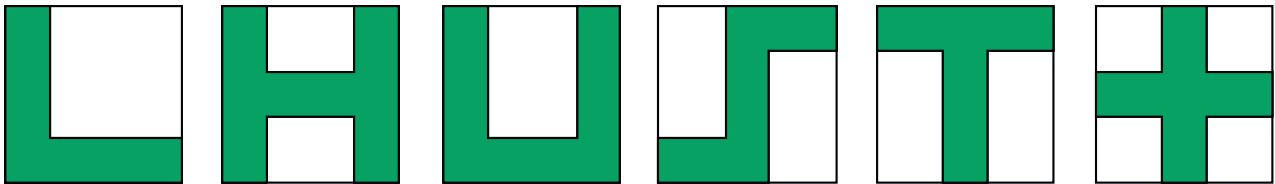
Β) 3

Γ) 5

Δ) 7

Ε) 11

2) Η Άρτεμις ζωγράφισε κάποια σχήματα σε έξι ολόγεια άσπρα τετράγωνα φύλλα χαρτιού, όπως δείχνει η εικόνα. Πόσα από αυτά τα σχήματα έχουν περίμετρο ίση με την περίμετρο του χαρτιού που το περιέχει;



Α) δύο

Β) τρία

Γ) τέσσερα

Δ) πέντε

Ε) έξι

3) Η κυρία Χαρά θέλει να αγοράσει 4 τετράδια για καθένα από τα 4 παιδιά της. Στο μαγαζί υπήρχε η διπλανή ταμπέλα. Πόσα ευρώ θα χρειαστεί να πληρώσει η κυρία Χαρά;

*Τετράδια
40 λεπτά το ένα.
Κάθε έκτο τετράδιο δωρεάν*

Α) 1,60 ευρώ Β) 2,40 ευρώ Γ) 5,60 ευρώ Δ) 6,40 ευρώ Ε) 40 ευρώ

4) Στη διπλανή πρόσθεση δύο ψηφία είναι αόρατα. Με πόσο ισούται το πιο μεγάλο από τα δύο αόρατα ψηφία;

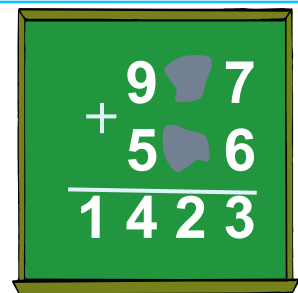
Α) 1

Β) 2

Γ) 3

Δ) 4

Ε) δεν μπορούμε να ξέρουμε

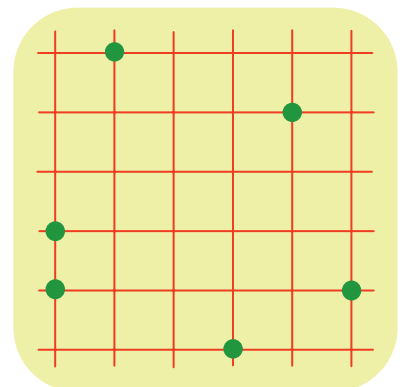


5) Έχουμε ένα τετραγωνισμένο χαρτί του οποίου τα τετραγωνάκια έχουν πλευρά 1. Στο χαρτί έχουν επιλεγεί έξι (πράσινα) σημεία όπως δείχνει το διπλανό σχήμα. Από όλα τα δυνατά εμβαδά των τριγώνων με κορυφές στα σημεία αυτά, ποιο είναι το μικρότερο;

Α) $\frac{1}{4}$ Β) $\frac{1}{3}$ Γ) $\frac{1}{2}$

Δ) 1

Ε) 2



6) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς ισούται με το άθροισμα $4^{15} + 8^{10}$;

A) 2^{25}

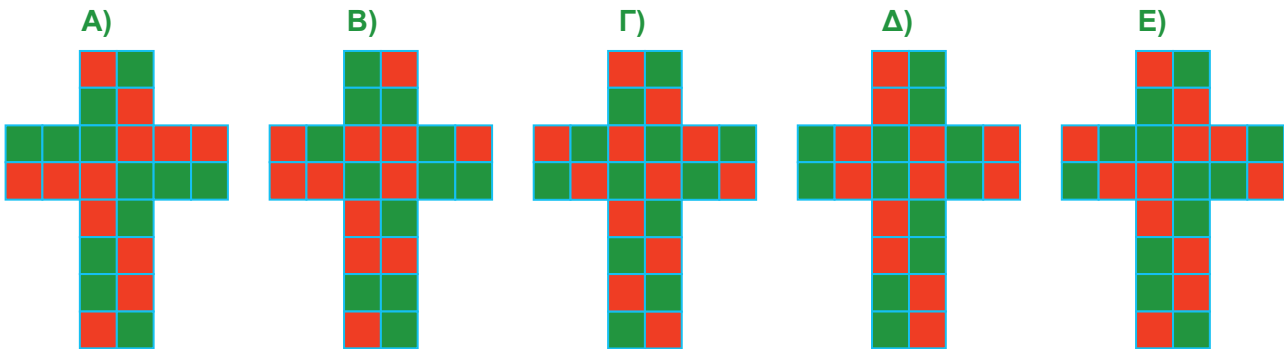
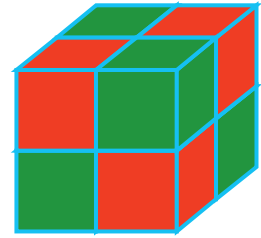
B) 2^{30}

Γ) 2^{31}

Δ) 2^{35}

Ε) 2^{40}

7) Με τέσσερις κόκκινους και τέσσερις πράσινους κύβους κατασκευάζουμε έναν μεγαλύτερο, όπως δείχνει η εικόνα. Πιο από τα παρακάτω είναι το ανάπτυσμα της επιφάνειας του μεγάλου κύβου;



8) Ο αριθμός N είναι ο μεγαλύτερος φυσικός για τον οποίο ο $4N$ είναι τριψήφιος, και ο αριθμός M είναι ο μικρότερος φυσικός για τον οποίο ο $4M$ είναι τριψήφιος. Ποια είναι η τιμή της διαφοράς $4N - 4M$;

A) 900

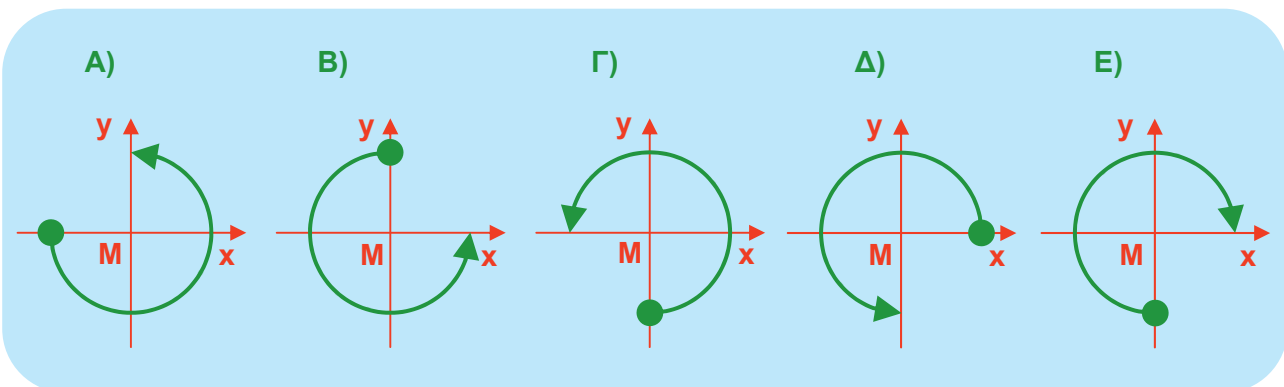
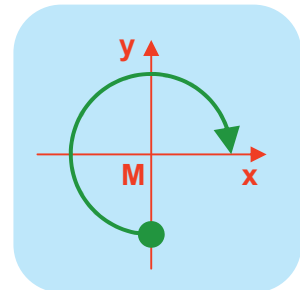
B) 899

Γ) 896

Δ) 225

Ε) 224

9) Στο πίνακα είναι σχεδιασμένο ένα τόξο ενός κύκλου με κέντρο M . Στο τόξο είναι ζωγραφισμένο ένα βελάκι, όπως δείχνει το σχήμα δεξιά. Ο Ευκλείδης πρώτα έστριψε το τόξο γύρω από το M κατά γωνία 90° με φορά αντίθετη από τους δείκτες του ρολογιού. Του σχήματος που προέκυψε πήρε το συμμετρικό ως προς τον άξονα των x . Ποιο από τα παρακάτω είναι η τελική θέση του τόξου;



10) Τρεις από τους αριθμούς 2, 4, 16, 25, 50, 125 έχουν γινόμενο 1000. Πόσο είναι το άθροισμά τους;

- A) 70 B) 77 Γ) 131 Δ) 143 E) Κανένα από τα προηγούμενα

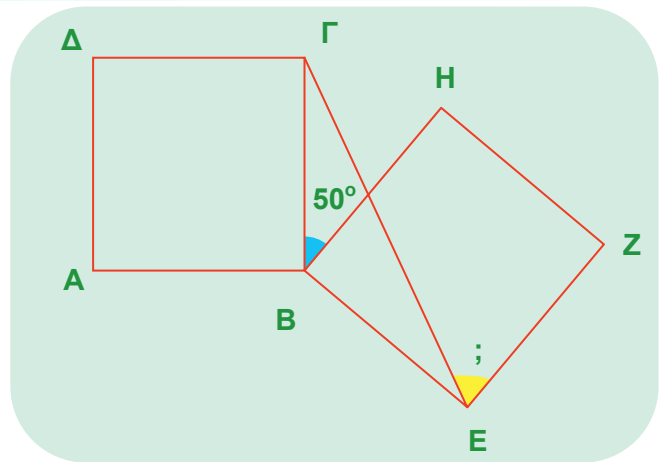
Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι ο μεγαλύτερος;

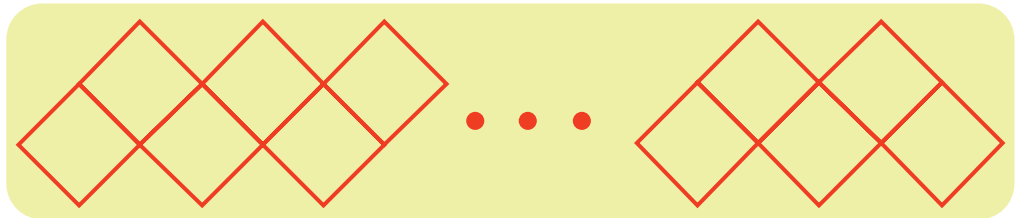
- A) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{13}$ B) $\sqrt{20} \cdot 13$ Γ) $20 \cdot \sqrt{13}$ Δ) $\sqrt{201} \cdot 3$ E) $\sqrt{2013}$

12) Τα ABΓΔ και BEZH είναι ίσα μεταξύ τους τετράγωνα με κοινή κορυφή Β. Αν $\widehat{GBH} = 50^\circ$, πόσες μοίρες είναι η γωνία \widehat{GEZ} ;

- A) 50° B) 60° Γ) 65°
 Δ) 70° E) 75°



13) Στην εικόνα φαίνεται η αρχή και το τέλος ενός μοτίβου σχήματος ζιγκ ζαγκ που αποτελείται από 2013 τετράγωνα πλευράς 1 cm. Πόση είναι η εξωτερική περιμέτρος του μοτίβου;



- A) 2022 cm B) 4028 cm Γ) 4032 cm Δ) 6038 cm E) 8050 cm

14) Αν $\frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = 5$, ποια είναι η τιμή του $\frac{100 + 7\alpha}{\alpha} + \frac{200 + 2\beta}{\beta}$;

- A) 305 B) 309 Γ) 500 Δ) 509 E) δεν μπορούμε να ξέρουμε

15) Σε ένα διαγώνισμα πήραν μέρος 100 παιδιά. Αν τα αγόρια έπαιρναν από 3 βαθμούς παραπάνω το καθένα από ότι πήραν, τότε ο μέσος όρος της βαθμολογίας θα αυξανόταν κατά 1,2 μονάδες. Πόσα αγόρια πήραν μέρος στο διαγώνισμα;

- A) 80 B) 70 Γ) 60 Δ) 40
 E) δεν έχουμε αρκετές πληροφορίες για να ξέρουμε

16) Ο Διόφαντος χρησιμοποίησε τα ψηφία 1, 3, 5, 7 και 9 για να φτιάξει τρεις διψήφιους αριθμούς. Χρησιμοποίησε μερικά ή όλα τα ψηφία, μία ή περισσότερες φορές. Μετά πρόσθεσε τους τρεις αριθμούς που έφτιαξε. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς αποκλείεται να είναι το άθροισμα των αριθμών του Διόφαντου;

- A) 89 B) 201 Γ) 185 Δ) 213 E) 182

17) Πόσα ψηφία έχει το γινόμενο $4^6 \cdot 5^{13}$ μετά τις πράξεις;

- A) 13 B) 14 Γ) 19 Δ) 20 E) κανένα από τα προηγούμενα

18) Πόσοι από τους αριθμούς

α) $2013^2 + 2012 + 2014$, β) $2014^2 - 2012^2$, γ) 20132013 δ) $2012 \cdot (20 + 13) \cdot 61$

είναι πολλαπλάσια του 2013;

- A) ένας B) δύο Γ) τρεις Δ) τέσσερις E) κανένας

19) Στο πίνακα είναι γραμμένος ένας εξαψήφιος φυσικός αριθμός. Το γινόμενο των ψηφίων του είναι περιττός αριθμός. Ποιο από τα παρακάτω αληθεύει;

- A) Είτε δύο ή τέσσερα ψηφία του αριθμού είναι άρτια.
 B) Δεν υπάρχει τέτοιος εξαψήφιος.
 Γ) Το πλήθος των περιττών ψηφίων του αριθμού είναι περιττό.
 Δ) Υπάρχει περίπτωση ο αριθμός να αποτελείται από έξι διαφορετικά ψηφία.
 E) Κανένα από τα προηγούμενα.

20) Πόσοι τριψήφιοι αριθμοί υπάρχουν στους οποίους αν προσθέσουμε 99 παίρνουμε τον ίδιο τριψήφιο αλλά με τα ψηφία ανάποδα;

- A) 8 B) 9 Γ) 80 Δ) 90 E) κανένα από τα προηγούμενα

ΑΒΓ
+ 99
ΓΒΑ

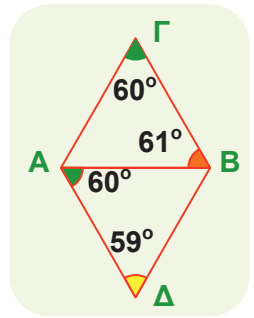
Ερωτήσεις 5 πόντων:

21) Πέντε διαδοχικοί θετικοί φυσικοί αριθμοί έχουν την εξής ιδιότητα: το άθροισμα τριών από αυτούς ισούται με το άθροισμα των άλλων δύο.

Πόσα διαφορετικά τέτοια σύνολα πέντε διαδοχικών θετικών φυσικών αριθμών υπάρχουν;

- A) κανένα B) ένα Γ) δύο
 Δ) τρία E) περισσότερα από τρία

26) Στο τετράπλευρο του σχήματος έχουν σημειωθεί ορισμένες γωνίες. Ποιο από τα παρακάτω μήκη είναι το μεγαλύτερο; Το σχήμα δεν είναι ζωγραφισμένο με ακρίβεια.

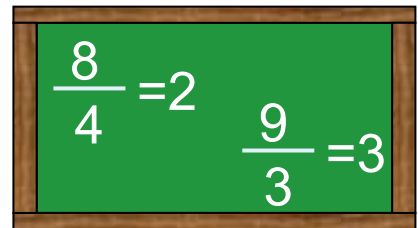


- A) ΑΔ Β) ΑΓ Γ) ΑΒ
 Δ) ΒΓ Ε) ΒΔ

27) Όταν ο Μάγος γράψει τρεις αριθμούς και πει «άμπρα καντάμπρα», τότε ο κάθε ένας από τους τρεις αριθμούς αντικαθίσταται από το άθροισμα των άλλων δύο. Για παράδειγμα από τους αριθμούς {3, 4, 6} μία «άμπρα καντάμπρα» τους μετατρέπει σε {10, 9, 7} και μία δεύτερη τους μετατρέπει σε {16, 17, 19}. Αν ο Μάγος αρχίσει με τους αριθμούς {1, 2, 3}, πόσες φορές πρέπει να πει «άμπρα καντάμπρα» για να εμφανιστεί ο αριθμός 1 000 000 ανάμεσα στους τρεις;

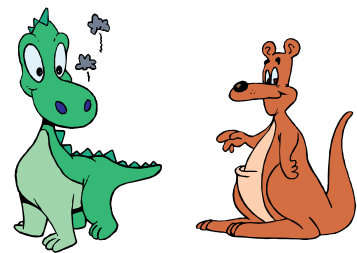
- A) 17 Β) 18 Γ) 19 Δ) 20
 Ε) ο αριθμός 1 000 000 δε θα εμφανιστεί ποτέ

28) Στον πίνακα είναι γραμμένοι οι φυσικοί αριθμοί από το 1 έως και το 10. Με τους αριθμούς αυτούς, χωρίς να παραλείψουμε κανέναν, φτιάχνουμε 5 κλάσματα. Πόσα το πολύ από αυτά τα κλάσματα μπορεί να είναι φυσικοί αριθμοί μετά τις απλοποιήσεις;



- A) το πολύ ένα Β) το πολύ δύο Γ) το πολύ τρία
 Δ) το πολύ τέσσερα Ε) μπορεί και τα πέντε να είναι φυσικοί αριθμοί

29) Σε ένα νησί ζουν 21 ζώα. Κάποια από αυτά είναι καγκουρό και τα υπόλοιπα είναι δράκοι (τουλάχιστον ένα από το κάθε είδος). Τα καγκουρό λένε πάντα την αλήθεια ενώ οι δράκοι λένε πάντα ψέματα. Κάθε μέρα φεύγει από το νησί ένα από τα ζώα. Τη στιγμή που φεύγει λέει «όταν θα φύγω από το νησί, το πλήθος των καγκουρό που μένουν θα είναι ίσο με το πλήθος των δράκων που μένουν». Πόσοι ήσαν οι δράκοι αρχικά;



- A) 0 Β) 10 Γ) 11 Δ) 21 Ε) δε μπορούμε να ξέρουμε

30) Σε έναν κήπο υπάρχουν 12 δέντρα στη σειρά. Κάποια από αυτά είναι πορτοκαλιές και τα υπόλοιπα είναι μηλιές. Ο αριθμός των δέντρων ανάμεσα σε οποιεσδήποτε δύο πορτοκαλιές είναι διαφορετικός από 5. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από πορτοκαλιές που μπορεί να έχει αυτός ο κήπος;

- A) 3 Β) 4 Γ) 5 Δ) 6
 Ε) η κατάσταση που περιγράφει το πρόβλημα είναι αδύνατη