

Θέματα Καγκουρό 2012

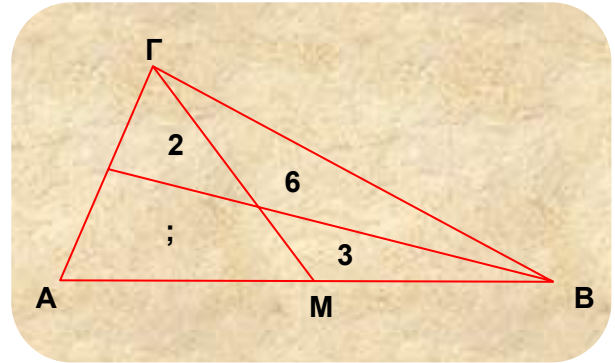
Επίπεδο: 4

(για μαθητές της Γ' τάξης Γυμνασίου και Α' τάξης Λυκείου)

Ερωτήσεις 3 πόντων:

1) Το M είναι το μέσον της πλευράς AB του τριγώνου. Ορισμένα εμβαδά είναι σημειωμένα στο σχήμα. Πόσο είναι το εμβαδόν του τετραπλεύρου;

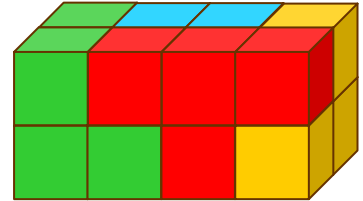
- A) 4 B) 5 Γ) 6
Δ) 7 E) άλλη απάντηση



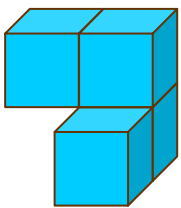
2) Ποιο είναι το αποτέλεσμα της πράξης $11,1 + 11,11 - 1,111 - 11,1$;

- A) 9,009 B) 9,0909 Γ) 9,99 Δ) 9,999 E) 10

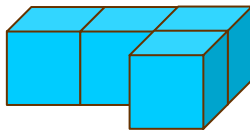
3) Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο της εικόνας είναι κατασκευασμένο από τέσσερα κομμάτια. Κάθε κομμάτι αποτελείται από 4 ίδιους κύβους και είναι μονόχρωμο (πράσινο, κίτρινο, κόκκινο ή γαλάζιο αντίστοιχα). Τι σχήμα έχει το γαλάζιο κομμάτι;



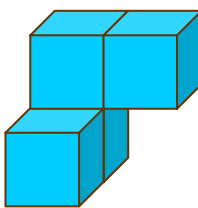
A)



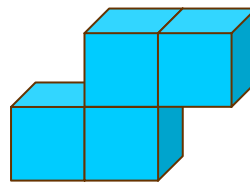
B)



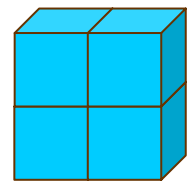
Γ)



Δ)



E)

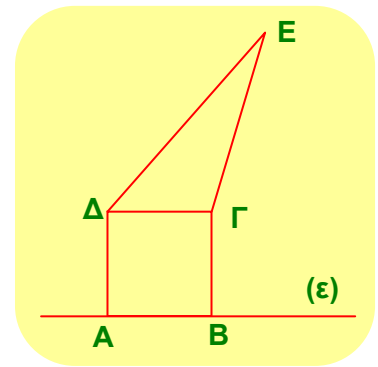


4) Ο Μιλτιάδης και ο Θεμιστοκλής χρησιμοποιούν το εξής μυστικό κώδικα για μηνύματα: Πρώτα δίνουν αριθμητική τιμή στα γράμματα του αλφαβήτου γράφοντας με τη σειρά $A = 1$, $B = 2$, $\Gamma = 3$ και λοιπά, μέχρι το $\Omega = 24$. Μετά μετατρέπουν τον κάθε αριθμό σε έναν νέο σύμφωνα με το τύπο $2 \times (\text{αριθμός}) + 9$. Το μήνυμα είναι οι νέοι αυτοί αριθμοί στη σειρά. Σήμερα το μήνυμα έγραφε 19, 31, 25, 20. Τι έλεγε;

- A) ΕΛΘΕ B) ΕΛΟΣ Γ) ΕΛΙΑ
Δ) ΕΛΕΑ E) Το μήνυμα ήταν λανθασμένο

5) Το τετράγωνο ΑΒΓΔ έχει πλευρά 4 μέτρα και έχει εμβαδόν όσο το τρίγωνο ΓΔΕ. Πόσο απέχει το Ε από την ευθεία (ε);

- A) 8 μέτρα B) $4 + 2\sqrt{3}$ μέτρα
 Γ) 12 μέτρα Δ) $10\sqrt{2}$ μέτρα
 E) Εξαρτάται από την θέση του Ε



6) Αν προσθέσουμε όλα τα ψηφία ενός επταψήφιου αριθμού, θα βρούμε 6. Πόσο είναι το γινόμενο των ψηφίων του αριθμού;

- A) 0 B) 6 Γ) 7 Δ) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ E) 5

7) Το ΑΒΓ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές μήκους 6 και 8 μέτρων, αντίστοιχα. Τα σημεία Κ, Λ, Μ είναι τα μέσα των πλευρών του ΑΒΓ. Πόση είναι η περίμετρος του τριγώνου ΚΛΜ;

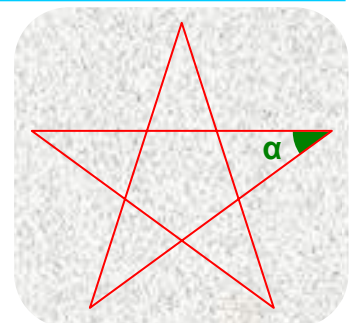
- A) 10 μ. B) 12 μ. Γ) 15 μ. Δ) 20 μ. E) 24 μ.

8) Ο Ευκλείδης έκανε τις αριθμητικές πράξεις που είναι σημειωμένες παρακάτω. Μετά έσβησε κάθε οκτάρι από τις παραστάσεις αυτές και στη θέση του έβαλε έναν θετικό αριθμό Α διαφορετικό από 8. Όταν ξαναέκανε τις αριθμητικές πράξεις (με τα Α στην θέση των οκτώ) παρατήρησε ότι σε τέσσερις από τις περιπτώσεις βρήκε το ίδιο τελικό αποτέλεσμα όπως την πρώτη φορά, ενώ στη πέμπτη περίπτωση βρήκε διαφορετική απάντηση. Σε ποια περίπτωση βρήκε διαφορετική απάντηση;

- A) $\frac{8+8-8}{8}$ B) $8 + \frac{8}{8} - 8$ Γ) $\frac{8}{8+8+8}$ Δ) $(8+8)^{8-8}$ E) $8 - \frac{8}{8} + 8$

9) Προεκτείνουμε τις πλευρές κανονικού πενταγώνου μέχρι να σχηματίσουν ένα αστέρι, όπως στο σχήμα. Πόσες μοίρες είναι η γωνία α;

- A) 24° B) 30° Γ) 36° Δ) 45° E) 72°

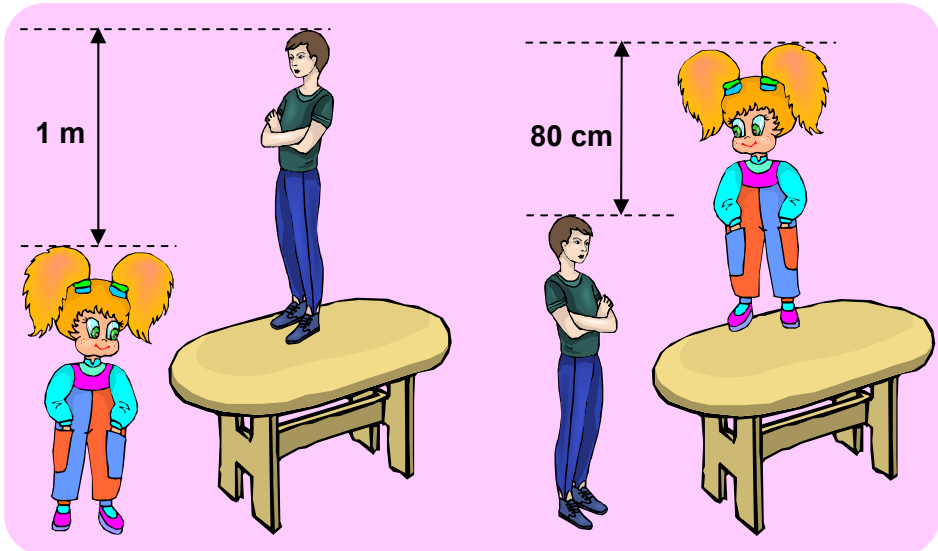


10) Ο Αρχιμήδης έγραψε όλους τους τριψήφιους αριθμούς που έχουν άθροισμα ψηφίων ίσο με 3. Πόσους τριψήφιους αριθμούς έγραψε;

- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 E) 6

Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Ένα αγόρι παίζει με την αδερφή του. Αν το αγόρι σταθεί στο τραπέζι και το κορίτσι στο πάτωμα, τότε το αγόρι είναι 1 μέτρο πιο ψηλό από το κορίτσι. Αν το κορίτσι σταθεί στο τραπέζι και το αγόρι στο πάτωμα, τότε το κορίτσι είναι 80 εκατοστά πιο ψηλό από το αγόρι. Πόσο είναι το ύψος του τραπεζιού;



- A) 20 εκ. B) 80 εκ. Γ) 90 εκ. Δ) 100 εκ. Ε) 120 εκ.

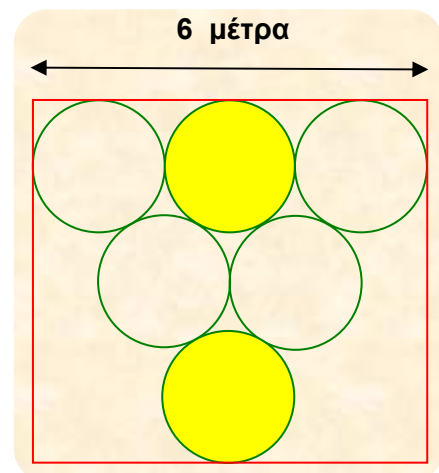
12) Ποιο είναι το τελευταίο μη μηδενικό ψηφίο του αριθμού $2^{55} \times 3^4 \times 5^{53}$ όταν γραφεί στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης;

- A) 1 B) 2 Γ) 4 Δ) 6 Ε) 9

13) Ένα καγκουρό και ένας πιγκουΐνος ρίχνουν ένα κέρμα. Αν έρθει «κεφάλι», τότε κερδίζει το καγκουρό και ο πιγκουΐνος του δίνει 2 καραμέλες. Αν έρθει «γράμματα», τότε κερδίζει ο πιγκουΐνος και το καγκουρό του δίνει 3 καραμέλες. Έπαιξαν 30 φορές και στο τέλος ο καθένας είχε τόσες καραμέλες όσες είχε στην αρχή. Πόσες φορές κέρδισε ο πιγκουΐνος;

- A) 6 B) 12 Γ) 18 Δ) 24 Ε) 30

14) Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει βάση 6 μέτρων. Ζωγραφίζουμε κύκλους που εφάπτονται στο ορθογώνιο και μεταξύ τους, όπως στο σχήμα. Πόση είναι η μικρότερη απόσταση μεταξύ των σημείων του ενός κίτρινου κύκλου από τον άλλον;



- A) 1 μ. B) $\sqrt{2}$ μ. Γ) $2\sqrt{3} - 2$ μ. Δ) $\frac{\pi}{2}$ μ. Ε) 2 μ.

15) Στον πίνακα είναι γραμμένοι οι εκατό αριθμοί 1, 11, 111, ... , $\frac{111\dots 11}{100 \text{ ψηφία}}$ και οι εκατό αριθμοί 1×2 , $1 \times 2 \times 3$, ... , $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 101$. Αν τους προσθέσουμε όλους μαζί και μετά διαιρέσουμε το άθροισμα δια 5, τι υπόλοιπο θα βρούμε;

- A) 0 B) 1 Γ) 2 Δ) 3 Ε) 4

16) Ο κύριος Ρολογόπουλος έχει τρία ρολόγια. Κανένα δεν δείχνει την σωστή ώρα. Κάποια πάνε γρηγορότερα και τα υπόλοιπα χάνουν. Το πρώτο πάει λάθος κατά 2 λεπτά, το δεύτερο κατά 3 και το τρίτο κατά 4 λεπτά. Κάποια στιγμή ο κύριος Ρολογόπουλος κοίταξε τα ρολόγια του. Έδειχναν (με κάποια σειρά) 12 η ώρα, 12 η ώρα και 5 λεπτά και 12 η ώρα και 7 λεπτά. Τι ώρα ήταν εκείνη τη στιγμή;

- A) 12 η ώρα και 2 λεπτά B) 12 η ώρα και 3 λεπτά Γ) 12 η ώρα και 4 λεπτά
 Δ) 12 η ώρα και 5 λεπτά Ε) κανένα από τα προηγούμενα

17) Όταν οι αριθμοί 144 και 220 διαιρεθούν με έναν φυσικό αριθμό N, δίνουν και οι δύο υπόλοιπο 11. Ποιος είναι ο N;

- A) 7 B) 11 Γ) 15 Δ) 19 Ε) 38

18) Τοποθετούμε από έναν αριθμό στα τετραγωνάκια του διπλανού πίνακα έτσι ώστε α) το άθροισμα των αριθμών σε κάθε γραμμή να είναι το ίδιο και β) το άθροισμα των αριθμών σε κάθε στήλη να είναι το ίδιο (αλλά ίσως διαφορετικό από το άθροισμα των γραμμών). Μερικοί αριθμοί έχουν ήδη τοποθετηθεί. Ποιος αριθμός πρέπει να γραφεί στο πράσινο τετραγωνάκι;

2	4		2
	3	3	
6		1	

- A) 1 B) 4 Γ) 6 Δ) 8 Ε) 9

19) Ένα χαρτί σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου έχει διαστάσεις 192×84 mm. Κόβουμε με το ψαλίδι κατά μήκος μίας παράλληλης προς μία από τις πλευρές του για να φτιάξουμε ένα τετράγωνο. Πετάμε το τετράγωνο και με το υπόλοιπο κομμάτι επαναλαμβάνουμε την διαδικασία όσες φορές χρειάζεται. Πόση είναι η πλευρά του μικρότερου δυνατού τετραγώνου που θα καταλήξουμε στο τέλος;

- A) 1 mm B) 4 mm Γ) 6 mm Δ) 10 mm Ε) 12 mm

20) Τρία καγκουρό, ο Κα, ο Γκου και ο Ρο, πήραν μέρος σε έναν αγώνα δρόμου. Πριν από τον αγώνα, τέσσερις φίλοι τους έκαναν τις εξής προβλέψεις:

Ο πρώτος: Είτε ο Κα είτε ο Γκου θα νικήσει.

Ο δεύτερος: Αν ο Γκου βγει δεύτερος, τότε θα κερδίσει ο Ρο.

Ο τρίτος: Αν ο Γκου έλθει τρίτος, τότε ο Κα δε θα κερδίσει.

Ο τέταρτος: Είτε ο Γκου είτε ο Ρο θα βγει δεύτερος.

Μετά τον αγώνα διαπιστώθηκε ότι όλες οι προβλέψεις βγήκαν σωστές. Με ποια σειρά τερμάτισαν τα τρία καγκουρό;

A) Κα, Γκου, Ρο

B) Κα, Ρο, Γκα

Γ) Ρο, Γκου, Κα

Δ) Γκου, Ρο, Κα

Ε) Γκου, Κα, Ρο

Ερωτήσεις 5 πόντων:

21) Το σχήμα αποτελείται από δύο τετράγωνα με πλευρές 4 cm και 5 cm, αντίστοιχα, ένα τρίγωνο με εμβαδόν 8 cm^2 και το κίτρινο παραλληλόγραμμο. Πόσο είναι το εμβαδόν του κίτρινου παραλληλογράμμου;

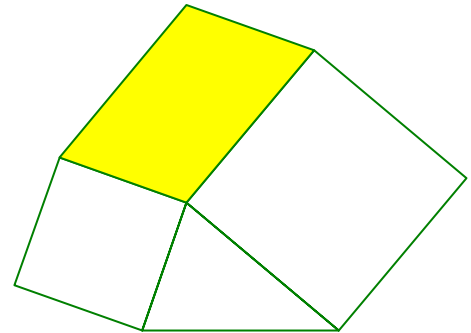
A) 15 cm^2

B) 16 cm^2

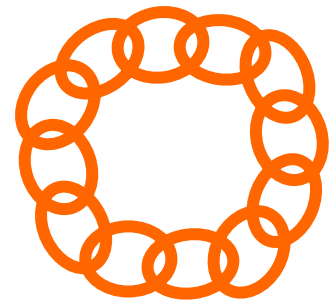
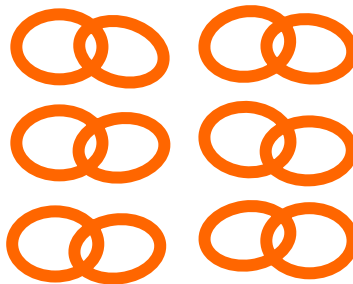
Γ) 18 cm^2

Δ) 20 cm^2

Ε) 21 cm^2



22) Ένας σιδεράς έχει 6 κομμάτια αλυσίδας που αποτελούνται από δύο κρίκους ο καθένας. Θέλει να φτιάξει μία μεγάλη αλυσίδα. Θα χρειαστεί να ανοίξει μερικούς κρίκους (και να τους κλείσει αργότερα) για να συνδέσει την αλυσίδα. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός κρίκων που πρέπει να ανοίξει;



A) 4

B) 5

Γ) 6

Δ) 12

Ε) άλλη απάντηση

23) Σε ένα τουρνουά ποδοσφαιρικών αγώνων, ο νικητής ενός παιχνιδιού κερδίζει 3 πόντους, ο ηττημένος παίρνει 0 πόντους ενώ στις ισοπαλίες η κάθε ομάδα κερδίζει από 1 πόντο. Μία ομάδα έπαιξε 38 αγώνες και η συνολική βαθμολογία της ήταν 80 πόντοι. Πόσο είναι το μεγαλύτερο δυνατό πλήθος αγώνων που μπορεί να έχασε η ομάδα;

A) 12

B) 11

Γ) 10

Δ) 9

Ε) 8

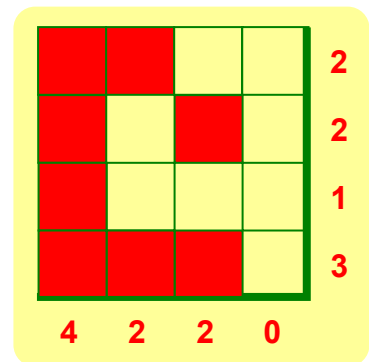
24) Ο Θαλής έχει 5 γλόμπους με διακόπτη. Κάθε φορά που πατάει τον διακόπτη για να αλλάξει την κατάσταση ενός από τους γλόμπους (δηλαδή αν είναι αναμμένοι να τον σβήσει ή το ανάποδο), τότε ένας φίλος του πατάει τον διακόπτη για να αλλάξει την κατάσταση ενός άλλου από τους γλόμπους. Στην αρχή όλοι οι γλόμπους είναι σβηστοί. Μετά ο Θαλής πάτησε 10 φορές συνολικά τους διακόπτες. Ποιο από τα παρακάτω είναι αλήθεια στο τέλος;

- A) είναι αδύνατο να είναι σβηστοί όλοι οι γλόμπους,
- B) σίγουρα όλοι οι γλόμπους θα είναι αναμμένοι,
- Γ) είναι αδύνατο να είναι αναμμένοι όλοι οι γλόμπους,
- Δ) σίγουρα όλοι οι γλόμπους θα είναι σβηστοί,
- E) κανένα από τα προηγούμενα δεν είναι σωστό.

25) Ο Διόφαντος έγραψε την ισότητα $20 = m^m(m^n - n)$ για φυσικούς αριθμούς m και n . Ποιος είναι ο n ;

- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 E) κανένας από τους προηγούμενους

26) Μερικά τετραγωνάκια ενός 4×4 πίνακα βάφονται κόκκινα. Μετά γράφουμε στο περιθώριο του πίνακα το πλήθος των κόκκινων τετραγώνων στην αντίστοιχη γραμμή ή στήλη. Ένα τέτοιο παράδειγμα φαίνεται δεξιά. Ένας καλλιτέχνης έκανε τη δική του ζωγραφιά (διαφορετική από το παράδειγμα) και μετά έσβησε τα κόκκινα τετραγωνάκια. Το αποτέλεσμα ήταν ένα από τα παρακάτω σχήματα. Ποιο από τα παρακάτω είναι το μόνο που θα μπορούσε να είναι το αποτέλεσμα της ζωγραφιάς του;



- A)

				4
				2
				1
				1
0	3	3	2	
- B)

				1
				2
				1
				3
2	2	3	1	
- Γ)

				3
				3
				0
				0
1	3	1	1	
- Δ)

				2
				1
				2
				2
2	1	2	2	
- E)

				0
				3
				3
				1
0	3	1	3	

27) Ποια από τις παρακάτω σχέσεις αληθεύει για τον αριθμό $K = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}}}$;

- A) $0 < K \leq 1$ B) $0,5 \leq K \leq 1,5$ Γ) $1 \leq K \leq 2$ Δ) $2 < K \leq 3$ E) $K > 3$

28) Σε ένα χαρτί είναι γραμμένα όλα τα γινόμενα της μορφής $m \times n$, όπου οι m, n είναι φυσικοί αριθμοί με $1 \leq m \leq 9, 1 \leq n \leq 9$. Πόσο είναι το άθροισμα όλων αυτών των αριθμών;

- A) 45 B) 81 Γ) 45^2 Δ) 2^{45} E) κανένα από τα προηγούμενα

29) Οι αριθμοί από το 1 έως το 120 είναι γραμμένοι σε έναν πίνακα με 15 γραμμές, όπως δείχνει η εικόνα (στην εικόνα βλέπουμε μόνο ένα μέρος του πίνακα). Ο Πυθαγόρας πρόσθεσε όλους τους αριθμούς κάθε στήλης χωριστά. Ποιας στήλης (μετρώντας από αριστερά) το άθροισμα που βρήκε είναι το μεγαλύτερο;

1						
2	3					
4	5	6				
7	8	9	10			
11	12	13	14	15		
...	
106	107	108	109	110	...	120

- A) της 1ης στήλης B) της 5ης στήλης Γ) της 7ης στήλης
 Δ) της 10ης στήλης E) της 13ης στήλης

30) Έβαλα στον νου μου δύο συνεχόμενους αριθμούς (όπως το 6 και το 7, αλλά όχι αυτούς). Είπα στην Άννα τον έναν από τους δύο αριθμούς και στον Βασίλη τον άλλον. Ο καθένας ξέρει τον δικό του αριθμό, αλλά όχι του άλλου και ξέρει ότι οι δύο αριθμοί είναι συνεχόμενοι. Μετά ένας περαστικός άκουσε τον εξής διάλογο:

Άννα προς Βασίλη: Χμμ, δεν μπορώ να είμαι απόλυτα σίγουρη για τον αριθμό που έχεις.

Βασίλης προς Άννα: Ούτε εγώ είμαι απόλυτα σίγουρος.

Άννα προς Βασίλη: Πολλή ωραία, τώρα που το λες αυτό, είμαι απόλυτα σίγουρη για τον αριθμό που έχεις και ξέρω ότι είναι διαιρέτης του 20.

Ποιος είναι ο αριθμός της Άννας;

- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 E) 6

