

Θέματα Καγκουρό 2011

Επίπεδο: 4

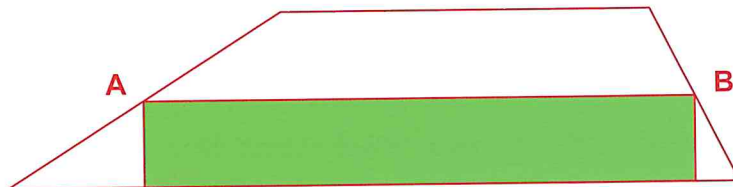
(για μαθητές της Γ' τάξης Γυμνασίου και Α' τάξης Λυκείου)

Ερωτήσεις 3 πόντων:

1) Ποιο είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης του αθροίσματος $2009 + 2010 + 2011 + 2012$ δια 2011 ;

- A) -1 B) 1 Γ) 2009 Δ) 2010
 E) κανένα από τα προηγούμενα

2) Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (πράσινο στο σχήμα) έχει εμβαδόν 13 cm^2 . Τα A, B είναι τα μέσα των πλευρών του τραπεζίου. Πόσο είναι το εμβαδόν του τραπεζίου;



- A) 24 cm^2 B) 25 cm^2 Γ) 26 cm^2 Δ) 27 cm^2 E) 28 cm^2

3) Δίνονται οι παραστάσεις

$$S_1 = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7,$$

$$S_2 = 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 \text{ και}$$

$$S_3 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6$$

Ποιο από τα ακόλουθα είναι σωστό;

- A) $S_2 < S_1 < S_3$ B) $S_1 < S_2 = S_3$ Γ) $S_1 < S_2 < S_3$
 Δ) $S_3 < S_2 < S_1$ E) $S_1 = S_2 < S_3$

4) Σε μία τάξη υπήρχαν 10 παιδιά (τουλάχιστον 2 από κάθε φύλο). Η δασκάλα τους κρατούσε 80 λουλούδια. Μοίρασε τα λουλούδια εξίσου σε όλα τα κορίτσια και στο τέλος περίσσεψαν 3 λουλούδια. Πόσα ήσαν τα αγόρια της τάξης;

- A) 2 B) 3 Γ) 5 Δ) 7 E) κανένα από τα προηγούμενα

5) Όταν ο αριθμός 2011 διαιρέθηκε με κάποιον διαιρέτη, το υπόλοιπο ήταν 1011. Ποιος ήταν ο διαιρέτης;

- A) 100 B) 500 Γ) 1000
 Δ) Κάποιος διαφορετικός από τους 100, 500, 1000
 Ε) Δεν είναι δυνατόν να ήταν σωστή αυτή η πράξη διαίρεσης

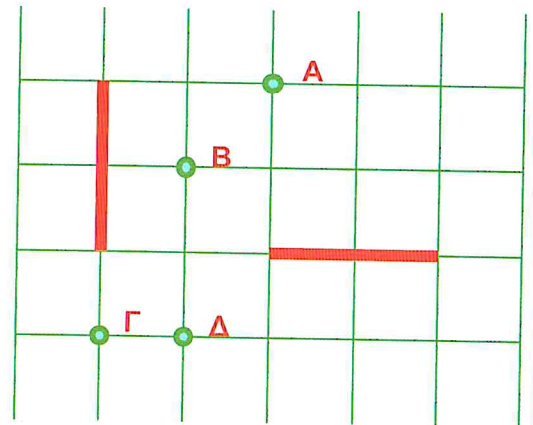
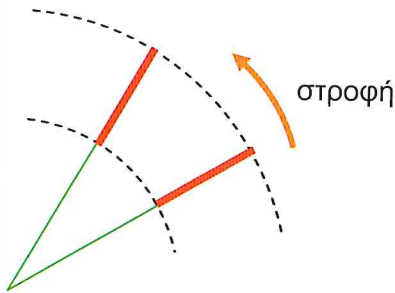
6) Ένα μωσαϊκό σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με εμβαδόν 360 cm^2 είναι κατασκευασμένο από ολόδια τετράγωνα πλακάκια. Το μωσαϊκό έχει μήκος 24 cm και το πλάτος του αποτελείται από 5 πλακάκια. Πόσο είναι το εμβαδόν καθενός από τα πλακάκια;

- A) 1 cm^2 B) 4 cm^2 Γ) 9 cm^2 Δ) 16 cm^2 Ε) 25 cm^2

7) Ο αριθμός $10^{2011} + 2$ είναι πολλαπλάσιο τίνος από τους:

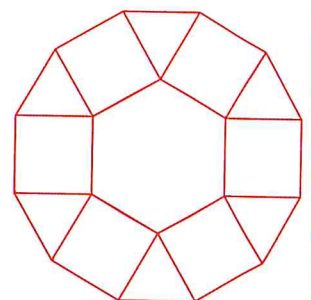
- A) 4 B) 5 Γ) 6 Δ) 9 Ε) 12

8) Κάνουμε στροφή ως προς σημείο του ενός από τα σημειωμένα κόκκινα ευθύγραμμα τμήματα, ώστε να συμπέσει με το άλλο. Ποιο ή ποια από τα παρακάτω σημεία μπορεί να είναι το σημείο από όπου γίνεται η στροφή;



- A) μόνο το A B) τα A και Γ Γ) τα A και Δ
 Δ) μόνο το Δ Ε) τα A, B, Γ και Δ

9) Το σχήμα στην διπλανή εικόνα αποτελείται από ένα κεντρικό κανονικό εξάγωνο πλευράς 1 που γύρω του έχουν τοποθετηθεί 6 τετράγωνα και 6 τρίγωνα. Πόση είναι η εξωτερική περίμετρος του σχήματος;



- A) $6 \cdot (1 + \sqrt{2})$ B) $6 \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ Γ) 12
 Δ) $6 + 3\sqrt{2}$ Ε) 9

10) Στον πίνακα ήσαν γραμμένοι οι εννέα αριθμοί 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ο μάντης Κάλχας έσβησε τέσσερις από αυτούς τους αριθμούς. Είπε τότε σε έναν φίλο του ότι «οποιοσδήποτε τέσσερις αριθμούς και αν διαλέξεις από τους υπόλοιπους, είμαι βέβαιος ότι το άθροισμά τους θα είναι άρτιος αριθμός». Πόσο είναι το άθροισμα των αριθμών που έσβησε ο μάντης Κάλχας;

- A) 17 B) 18 Γ) 19 Δ) 20 E) δεν μπορούμε να ξέρουμε

Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Κάποιος μήνας έχει 5 Σάββατα και 5 Κυριακές, αλλά μόνο 4 Παρασκευές και 4 Δευτέρες. Τότε στον επόμενο μήνα θα υπάρχουν

- A) 5 Τετάρτες B) 5 Πέμπτες Γ) 5 Παρασκευές
Δ) 5 Σάββατα E) 5 Κυριακές

12) Στην αρχή ενός αγώνα δρόμου ο Αχιλλέας ήταν πρώτος (μπροστά από τους άλλους), ο Λαγός δεύτερος και η Χελώνα τρίτη. Κατά τη διάρκεια του αγώνα ο Λαγός και η Χελώνα προσπέρασαν ο ένας τον άλλο 10 φορές και ο Αχιλλέας και η Χελώνα προσπέρασαν ο ένας τον άλλο 11 φορές. Με ποια σειρά τερμάτισαν οι 3 αθλητές;

- A) Αχιλλέας, Λαγός, Χελώνα B) Λαγός, Χελώνα, Αχιλλέας
Γ) Χελώνα, Αχιλλέας, Λαγός Δ) Χελώνα, Λαγός, Αχιλλέας
E) Λαγός, Αχιλλέας, Χελώνα

13) Αν $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$, πόσο είναι το n ;

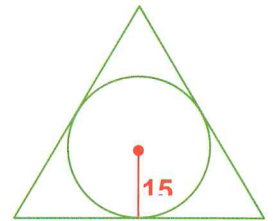
- A) 1005 B) 1006 Γ) 1010 Δ) 1011 E) Κανένα από τα προηγούμενα

14) Έχουμε δύο κυβικά δοχεία με πλευρές a cm και $a + 1$ cm, αντίστοιχα. Το μεγαλύτερο δοχείο από τα δύο δοχεία είναι γεμάτο με νερό και το μικρότερο είναι άδειο. Ρίχνουμε νερό από το μεγαλύτερο δοχείο στο μικρότερο, μέχρι να γεμίσει. Αν περισσέψουν 217 cm^3 νερό στο μεγαλύτερο, πόση είναι η πλευρά του μικρότερου δοχείου;

- A) 7 cm B) 8 cm Γ) 5 cm Δ) 11 cm E) 9 cm

15) Σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο ο εγγεγραμμένος κύκλος έχει ακτίνα 15. Πόσο είναι το ύψος του τριγώνου;

- A) $15\sqrt{2}$ B) $30\sqrt{2}$ Γ) $15(\sqrt{2} + 1)$ Δ) 30 E) 45



16) Κάθε τετραγωνάκι ενός 4x4 τετραγώνου είναι χρωματισμένο είτε λευκό είτε μαύρο. Οι αριθμοί στο πλάι κάθε γραμμής και κάθε στήλης δηλώνουν πόσα τετραγωνάκια είναι μαύρα στην αντίστοιχη γραμμή ή στήλη. Αυτή τη στιγμή φαίνεται μόνο ένα μαύρο τετραγωνάκι ενώ τα υπόλοιπα είναι αόρατα.

					2
					0
					1
					1
	2	0	1	1	

Πόσα διαφορετικά τέτοια 4x4 τετράγωνα υπάρχουν;

- A) κανένα B) 1 Γ) 2 Δ) 4 E) 5

17) Ο Ερατοσθένης γράφει στη σειρά διαδοχικούς τριψήφιους αριθμούς των οποίων τουλάχιστον ένα ψηφίο είναι περιττός αριθμός. Ποιο είναι το μεγαλύτερο δυνατό πλήθος αριθμών που μπορεί να γράψει;

- A) 1 B) 10 Γ) 110 Δ) 111 E) 221

18) Ο Νικόμαχος έγραψε από έναν ακέραιο σε κάθε τετραγωνάκι ενός 3x3 τετραγώνου. Το άθροισμα των αριθμών σε κάθε 2x2 τμήμα του είναι 10. Μερικοί από τους αριθμούς που έγραψε φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Πόσο είναι το άθροισμα των τεσσάρων αριθμών που δεν φαίνονται;

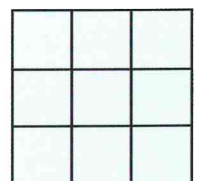
1		0
	2	
4		3

- A) 9 B) 10 Γ) 11 Δ) 12 E) 13

19) Το άθροισμα τεσσάρων διαδοχικών περιττών αριθμών είναι μεγαλύτερο από το 2011. Ποια είναι η μικρότερη δυνατή τιμή αυτού του αθροίσματος;

- A) 2012 B) 2014 Γ) 2016 Δ) 2018 E) κανένα από τα προηγούμενα

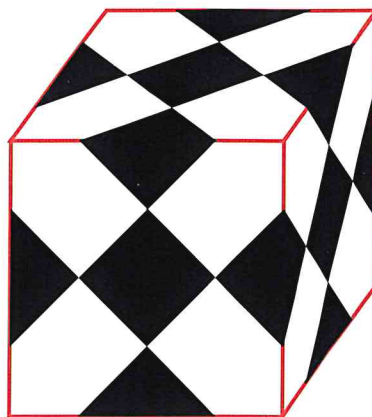
20) Ο Ερμής θέλει να τοποθετήσει από ένα αστεράκι σε κάποια από τα τετραγωνάκια ενός 3x3 κουτιού, έτσι ώστε κάθε 2x2 τμήμα του να περιέχει N το πλήθος αστεράκια. Ποια είναι τα N για τα οποία μπορεί να το κάνει αυτό;



- A) 1 B) 2 Γ) 1 και 2 Δ) 1, 2 και 3 E) 1, 2, 3 και 4

Ερωτήσεις 5 πόντων:

21) Ο Ευκλείδης είχε έναν κύβο ακμής 10 cm. Κόλλησε πάνω του μερικά αυτοκόλλητα τετράγωνα (τα μαύρα στο σχήμα) το οποία είναι ίσα μεταξύ τους. Τώρα ο κύβος είναι στολισμένος όπως δείχνει το διπλανό σχήμα. Πόσο είναι το συνολικό εμβαδόν όλων μαζί των μαύρων αυτοκόλλητων τετραγώνων;



- A) $37,5 \text{ cm}^2$ B) 150 cm^2 Γ) 225 cm^2
 Δ) 300 cm^2 E) 375 cm^2

22) Πόσοι τριψήφιοι αριθμοί υπάρχουν που το άθροισμά του ψηφίου των μονάδων με το ψηφίο των δεκάδων ισούται με το ψηφίο των εκατοντάδων; (Στην εικόνα φαίνονται δύο παραδείγματα)

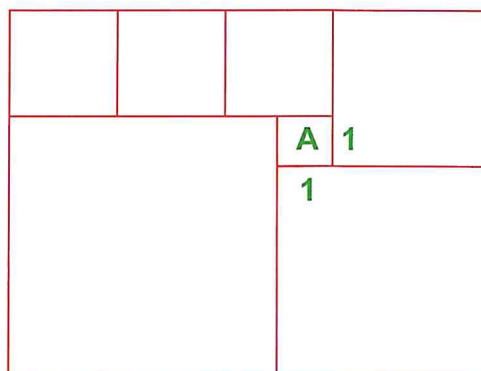


- A) 35 B) 36 Γ) 53 Δ) 54 E) 55

23) Οι αριθμοί x και y είναι και οι δύο μεγαλύτεροι του 1. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι ο μεγαλύτερος;

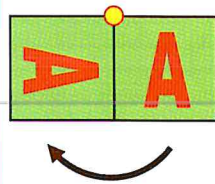
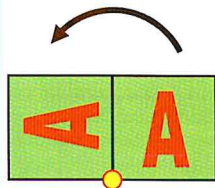
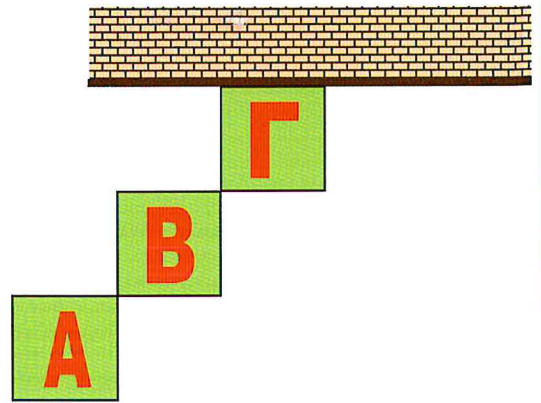
- A) $\frac{x}{y+1}$ B) $\frac{x}{y-1}$ Γ) $\frac{2x}{2y+1}$ Δ) $\frac{2x}{2y-1}$ E) $\frac{3x}{3y-1}$

24) Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο χωρίστηκε σε 7 τετράγωνα όπως δείχνει η εικόνα. Το μικρό τετράγωνο A έχει πλευρά ίση με 1. Πόσο είναι το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου;

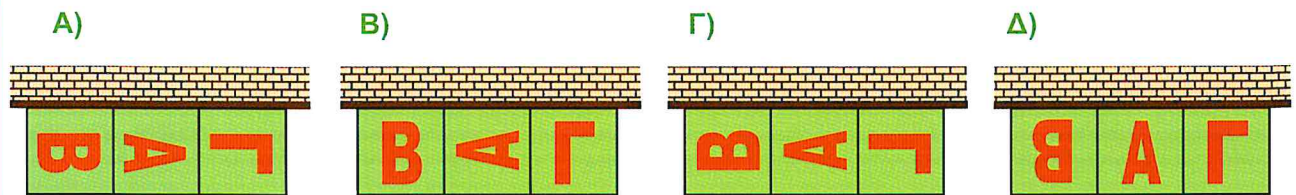


- A) 16 B) 32 Γ) 63
 Δ) 64 E) κανένα από τα προηγούμενα

25) Τρία μεγάλα κιβώτια βρίσκονται σε μία αποθήκη. Η διπλανή εικόνα δείχνει την κάτοψη της αποθήκης, όπως φαίνεται αν κοιτάξουμε από ψηλά.



Θέλουμε να τοποθετήσουμε τα κιβώτια δίπλα στον τοίχο. Επειδή τα κιβώτια είναι βαριά, μπορούμε μόνο να τα περιστρέψουμε κατά 90° την φορά, γύρω από τις γωνιακές κορυφές της βάσης τους (δείτε τα παραδείγματα στο διπλανό σχήμα). Ποια από τις παρακάτω εικόνες είναι πιθανή μετά την μετακίνηση των κιβωτίων;



Ε) όλες οι εικόνες είναι πιθανές

26) Πόσα διατεταγμένα ζεύγη φυσικών αριθμών (x, y) υπάρχουν με $x(y - 3) = 25$;

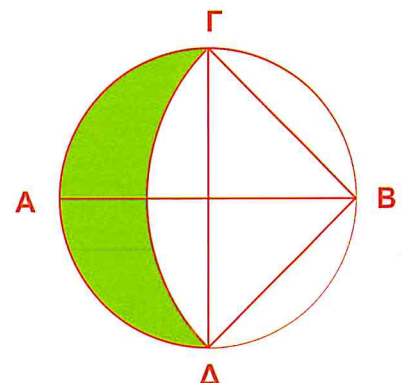
- Α) κανένα Β) ένα Γ) δύο Δ) τρία Ε) τέσσερα

27) Ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή που μπορεί να πάρει το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού που προκύπτει από το άθροισμα των ψηφίων ενός τριψηφίου αριθμού;

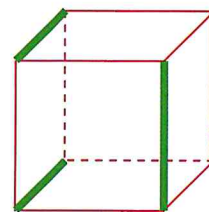
- Α) 9 Β) 10 Γ) 11 Δ) 18 Ε) 27

28) Σε έναν κύκλο ακτίνας R φέρνουμε δύο κάθετες διαμέτρους $AB, \Gamma\Delta$. Με κέντρο το B και ακτίνα $B\Gamma$ γράφουμε το τόξο $\Gamma\Delta$. Πόσο είναι το εμβαδόν του πράσινου χωρίου ;

- Α) $\frac{\pi R^2}{3}$ Β) $\frac{\pi\sqrt{3}R^2}{6}$ Γ) R^2
 Δ) $\frac{\sqrt{3}R}{2}$ Ε) κανένα από τα προηγούμενα



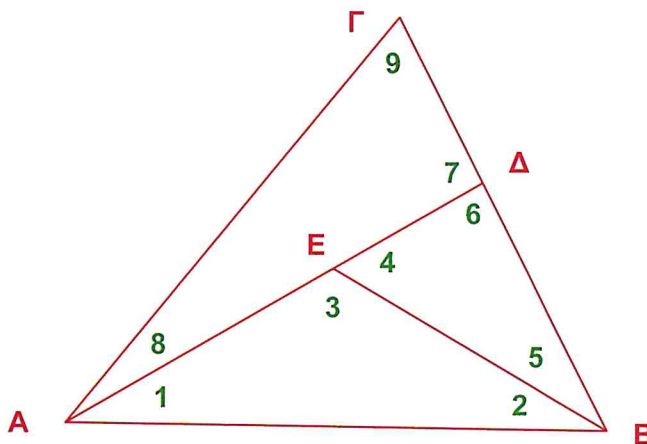
29) Η Μελισσάνθη έβαψε πράσινες τέσσερις από τις ακμές ενός κύβου. Τα 8 άκρα των ακμών αυτών είναι όλα διαφορετικά. Η εικόνα δείχνει μία από τις επιλογές της. Με πόσους τρόπους μπορεί να το κάνει αυτό;



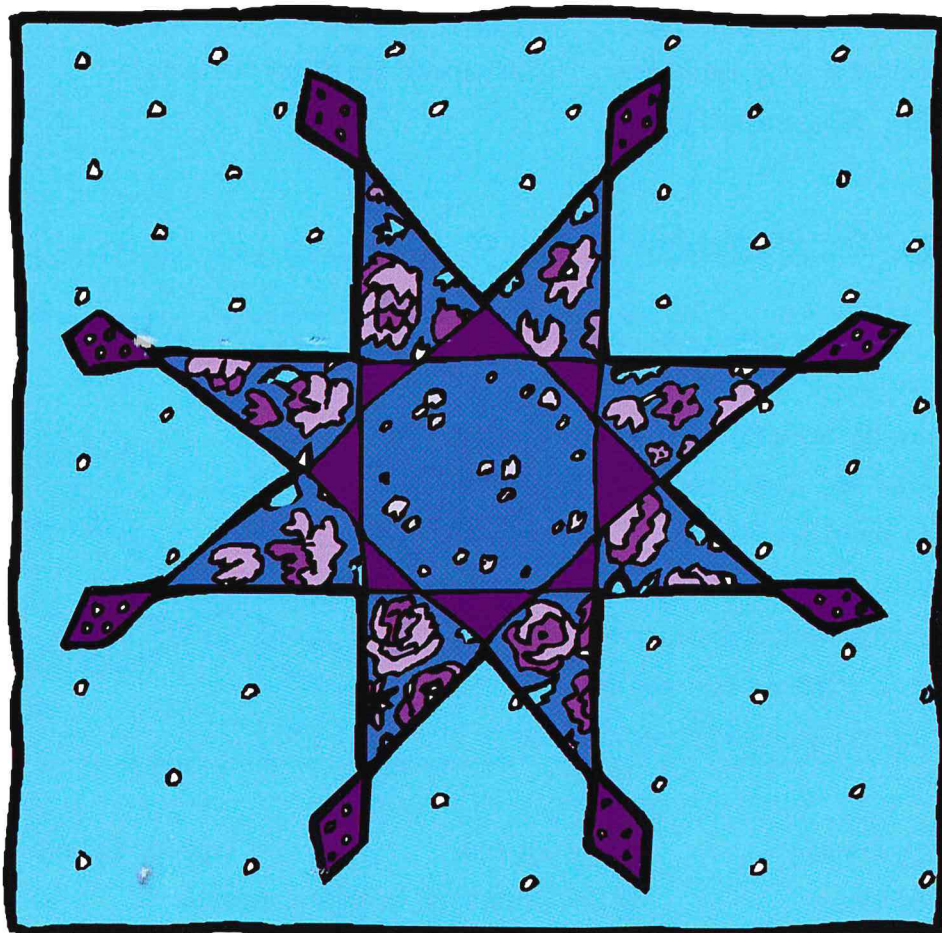
- A) 6 B) 8 Γ) 9 Δ) 12 Ε) 18

30) Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρνουμε τις AD , BE όπως στην εικόνα.

Σχηματίζονται 9 γωνίες που είναι σημειωμένες με τους αριθμούς 1, 2, 3, ..., 9. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός διαφορετικών τιμών που μπορούν να έχουν οι γωνίες 1, 2, 3, ..., 9;



- A) 2 B) 3 Γ) 4
 Δ) 5 Ε) 6



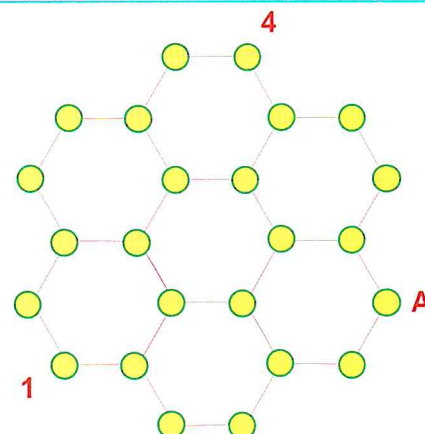
Θέματα Καγκουρό 2011

Επίπεδο: 5

(για μαθητές της Β' και Γ' τάξης Λυκείου)

Ερωτήσεις 3 πόντων:

1) Το διπλανό σχήμα αποτελείται από κουκίδες και ευθύγραμμα τμήματα. Σε κάθε κουκίδα υπάρχει ένας αριθμός. Το άθροισμα των δύο αριθμών στα άκρα κάθε ευθύγραμμου τμήματος είναι το ίδιο σε όλες τις περιπτώσεις. Δύο από τους αριθμούς έχουν ήδη τοποθετηθεί. Ποιος αριθμός βρίσκεται στην κουκίδα Α;



- A) 1 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 Ε) 24

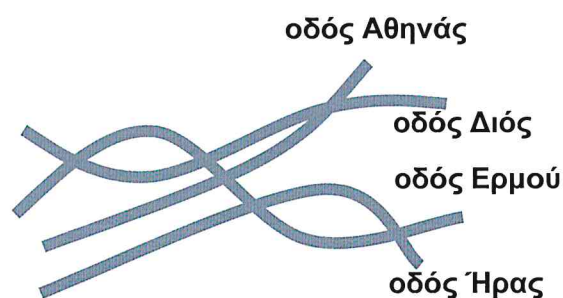
2) Τρεις αθλητές αγωνίστηκαν σε έναν μαραθώνιο δρόμο. Στο ξεκίνημα του αγώνα προηγήθηκε ο Αντώνης, αμέσως μετά ακολούθησε ο Βασίλης και τρίτος ήταν ο Γιώργος. Από κει και πέρα, κατά την διάρκεια του αγώνα, ο Αντώνης και ο Βασίλης προσπέρασαν ο ένας τον άλλο 9 φορές, ο Βασίλης και ο Γιώργος προσπέρασαν ο ένας τον άλλο 10 φορές και ο Αντώνης και ο Γιώργος 11 φορές. Με ποια σειρά τερμάτισαν οι αθλητές;

- A) Αντώνης, Βασίλης, Γιώργος B) Βασίλης, Γιώργος, Αντώνης
 Γ) Γιώργος, Αντώνης, Βασίλης Δ) Γιώργος, Βασίλης, Αντώνης
 Ε) Βασίλης, Αντώνης, Γιώργος

3) Αν $2^x = 15$ και $15^y = 32$, τότε το xy ισούται με

- A) 5 B) $\log_2 15 + \log_5 32$ Γ) $\log_2 47$ Δ) 7 Ε) $\sqrt{47}$

4) Η Δανάη ζωγράφισε πρόχειρα ένα χάρτη που δείχνει το χωριό της. Στο χωριό υπάρχουν 4 δρόμοι οι οποίοι διασταυρώνονται σε 6 σημεία. Ο χάρτης της Δανάης δείχνει ότι όλοι οι δρόμοι έχουν καμπύλες αλλά στην πραγματικότητα οι τρεις είναι ευθείες και μόνο ο τέταρτος έχει καμπύλες. Ποιος από τους δρόμους του χωριού έχει τις καμπύλες;



- A) η οδός Αθηνάς B) η οδός Διός Γ) η οδός Ερμού
 Δ) η οδός Ήρας Ε) δεν μπορούμε να συμπεράνουμε

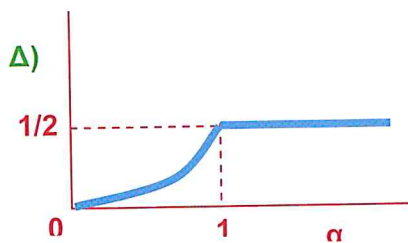
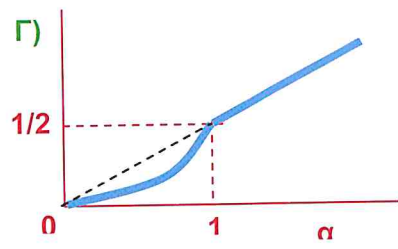
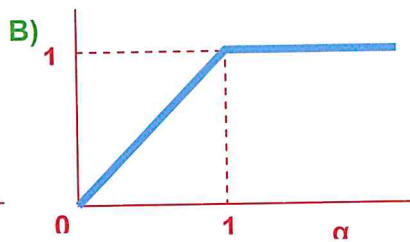
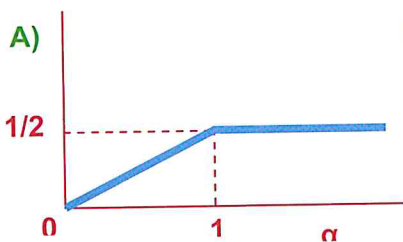
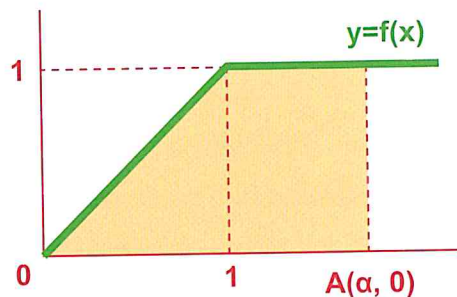
5) Γράφουμε στη σειρά αρχίζοντας από τον μεγαλύτερο και πηγαίνοντας προς τον μικρότερο, όλους τους τετραψήφιους αριθμούς που το άθροισμά των ψηφίων τους είναι 4. Σε ποια θέση βρίσκεται ο 2011;

- A) στην 6η B) στην 7η Γ) στην 8η Δ) στην 9η Ε) στην 10η

6) Ο αριθμός $N = \frac{111\dots111}{100 \text{ ψηφία}}$ αποτελείται από 100 ψηφία, όλα ίσα με 1. Πόσο είναι το άθροισμα των ψηφίων του γινομένου $2011 \cdot N$;

- A) 380 B) 400 Γ) 410 Δ) 420 Ε) κανένα από τα προηγούμενα

7) Η εικόνα δείχνει το γράφημα μίας καμπύλης $y = f(x)$. Για τυχαίο σημείο $A(\alpha, 0)$, όπου $\alpha \geq 0$, ορίζουμε ως $E(\alpha)$ το εμβαδόν του χωρίου μεταξύ του γραφήματος της $y = f(x)$, του άξονα των x και της ευθείας $x = \alpha$. Τότε το γράφημα της $y = E(\alpha)$ είναι



Ε) Κανένα από τα προηγούμενα

8) Πόσο είναι το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ αν $AB = B\Gamma$, $\Gamma\Delta E Z$ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και $BE = \Gamma Z = 5$.

- A) 20 B) 22,5 Γ) 25
Δ) 27,5 Ε) 30

