

Ερωτήσεις 3 βαθμών:

1) Σε μια αγέλη υπάρχουν 200 καγκουρό. Το 1% από αυτά έχουν μαύρα μάτια και τα υπόλοιπα έχουν καστανά. Πόσα καγκουρό με καστανά μάτια πρέπει να βγάλουμε από την αγέλη ώστε τα καγκουρό με μαύρα μάτια να είναι το 2% αυτών που μένουν;

- A) 2 B) 4 Γ) 20 Δ) 50 Ε) 100

2) Ποιος από τους ακόλουθους αριθμούς είναι ο μεγαλύτερος;

- A) $\sqrt{2} - \sqrt{1}$ B) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ Γ) $\sqrt{4} - \sqrt{3}$ Δ) $\sqrt{5} - \sqrt{4}$ Ε) $\sqrt{6} - \sqrt{5}$

3) Πόσοι διαφορετικοί φυσικοί αριθμοί $n \geq 1$ υπάρχουν με την ιδιότητα ο $n^2 + n$ να είναι πρώτος αριθμός;

- A) κανένας B) 1 Γ) 2 Δ) περισσότεροι από δύο αλλά λιγότεροι από χίλιοι Ε) άπειροι

4) Η Άννα, ο Βασίλης και ο Γιάννης μπήκαν σε ένα βιβλιοπωλείο. Ο κάθε ένας αγόρασε 6 βιβλία, 1 δίσκο κλασικής μουσικής και 3 σετ από τετράδια. Τα βιβλία είχαν την ίδια τιμή μεταξύ τους. Οι δίσκοι επίσης είχαν την ίδια τιμή μεταξύ τους και όμοια, τα σετ τετραδίων είχαν την ίδια τιμή μεταξύ τους. Το κάθε αντικείμενο στοίχιζε ακέραιο αριθμό από ευρώ. Ποιος από τους παρακάτω λογαριασμούς θα μπορούσε να είναι το συνολικό ποσό που πλήρωσαν οι τρεις μαζί (δεδομένου ότι τα υπόλοιπα τέσσερα ποσά αποκλείεται να ήταν ο σωστός λογαριασμός);

- A) 392 ευρώ B) 382 ευρώ Γ) 372 ευρώ Δ) 362 ευρώ Ε) 352 ευρώ

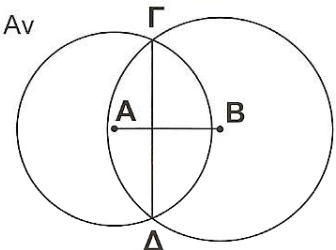
5) Σε μία γραμμή είναι γραμμένοι 8 αριθμοί (όχι κατ' ανάγκη σε αύξουσα σειρά). Στο σχήμα φαίνονται ο πρώτος και ο τελευταίος αριθμός, ενώ οι ενδιάμεσοι έξι είναι αόρατοι. Αν το άθροισμα οποιονδήποτε δύο διαδοχικών αριθμών στη γραμμή είναι το ίδιο σε όλες τις περιπτώσεις, πόσο είναι το άθροισμα των έξι αόρατων αριθμών;



- A) 18 B) 42 Γ) 40 Δ) 30 Ε) δεν μπορούμε να συμπεράνουμε

6) Δυο κύκλοι με κέντρα Α και Β έχουν ακτίνες 13 και 15 αντίστοιχα. Αν τέμνονται στα Γ και Δ και αν $\Gamma\Delta = 24$, πόσο είναι το μήκος του ΑΒ;

- A) 2 B) 5 Γ) 9 Δ) 14 Ε) 18

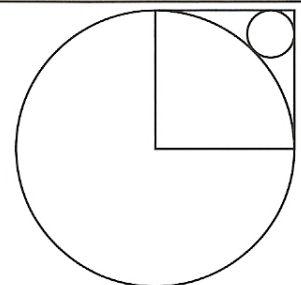


7) Ένα συρτάρι περιέχει 2 άσπρες, 3 κόκκινες και 4 μπλε κάλτσες. Η Λίζα ξέρει ότι 3 από τις κάλτσες είναι τρύπιες, αλλά δεν ξέρει ποιες είναι οι τρύπιες. Βγάζει από το συρτάρι μία μία τις κάλτσες στην τύχη, ελπίζοντας να βρει ένα ζευγάρι που έχουν το ίδιο χρώμα και χωρίς τρύπια κάλτσα. Πόσες κάλτσες πρέπει να βγάλει από το συρτάρι για να είναι *απόλυτα* βέβαιη ότι θα βρει ένα ζευγάρι όπως το επιθυμεί;

- A) 2 B) 3 Γ) 6 Δ) 7 Ε) 8

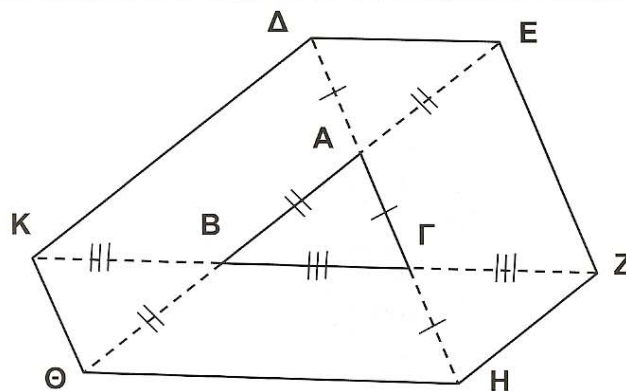
8) Το τετράγωνο στο διπλανό σχήμα έχει πλευρά 1. Ο μεγάλος κύκλος έχει κέντρο μία κορυφή του τετραγώνου και ακτίνα 1, και ο μικρός κύκλος εφάπτεται του τετραγώνου και του μεγάλου κύκλου. Πόση είναι η ακτίνα του μικρού κύκλου;

- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{1}{4}$ Γ) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ Δ) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ Ε) $3 - 2\sqrt{2}$



9) Προεκτείνουμε τις πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνοντας $\Delta A = A\Gamma = \Gamma H$, $\Theta B = AB = AE$ και $KB = B\Gamma = \Gamma Z$. Αν το εμβαδόν του $AB\Gamma$ είναι 1, πόσο είναι το εμβαδόν του εξαγώνου $\Delta EZH\Theta K$;

- A) 9 B) 10
Γ) 12 Δ) 13
Ε) δεν αρκούν οι πληροφορίες



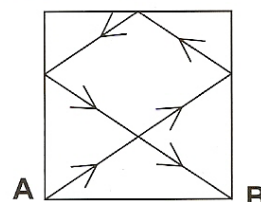
10) Με πόσο ισούται η παράσταση $\frac{22 + 33 + 44 + 55 + 66 + 77 + 88 + 99 + 1010}{2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10}$;

- A) 10 B) 11 Γ) 101 Δ) $\frac{83}{3}$ Ε) άλλη απάντηση

Ερωτήσεις 4 βαθμών:

11) Σε ένα δωμάτιο τετράγωνου σχήματος πλευράς 2 m, έχουν τοποθετηθεί καθρέφτες στους τοίχους. Μία ακτίνα φωτός ξεκινά από την κορυφή A και μετά από τρεις ανακλάσεις, όπως δείχνει το σχήμα, καταλήγει στη κορυφή B. Πόσα μέτρα είναι το μήκος της διαδρομής της ακτίνας;

- A) 7 B) $2\sqrt{13}$ Γ) 8 Δ) $4\sqrt{3}$ Ε) $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

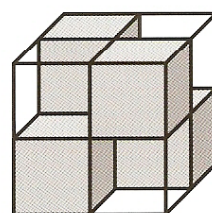


12) Σε μια αγέλη από 2009 καγκουρό κάποια έχουν κιτρινωπό χρώμα και τα υπόλοιπα έχουν πράσινο χρώμα (τρώνε χλωρά χόρτα). Μια μέρα τα καγκουρό αποφάσισαν να συγκρίνουν τα ύψη τους. Διαπίστωσαν ότι όλα έχουν διαφορετικά ύψη. Επίσης ένα από τα κιτρινωπά καγκουρό είναι πιο ψηλό από ακριβώς 8 πράσινα καγκουρό. Ένα δεύτερο κιτρινωπό καγκουρό είναι πιο ψηλό από ακριβώς 9 πράσινα καγκουρό, ένα τρίτο κιτρινωπό είναι πιο ψηλό από ακριβώς 10 πράσινα καγκουρό, και ούτω καθεξής ένα παραπάνω τη φορά μέχρι το τελευταίο κιτρινωπό καγκουρό το οποίο είναι πιο ψηλό από όλα τα πράσινα καγκουρό. Πόσα είναι τα κιτρινωπά καγκουρό;

- A) 1000 B) 1001 Γ) 1002 Δ) 1003 Ε) η κατάσταση είναι αδύνατη

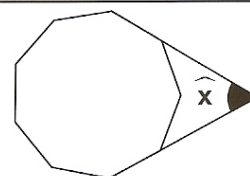
13) Ένας $2 \times 2 \times 2$ κύβος αποτελείται από τέσσερις $1 \times 1 \times 1$ μαύρους κύβους και τέσσερις $1 \times 1 \times 1$ γυάλινους κύβους. Οι γυάλινοι κύβοι είναι διαφανείς (μπορούμε να δούμε από την άλλη πλευρά) ενώ οι μαύροι είναι αδιαφανείς. Οι μικροί κύβοι είναι τοποθετημένοι με τέτοιο τρόπο μέσα στον μεγάλο (βλέπε σχήμα) ώστε να τον κάνουν αδιαφανή. Αυτό σημαίνει ότι δεν μπορούμε να δούμε από την άλλη πλευρά του μεγάλου κύβου είτε κοιτάξουμε από πάνω προς τα κάτω, είτε από αριστερά προς τα δεξιά, είτε από μπρος προς τα πίσω. Αν είχαμε έναν $3 \times 3 \times 3$ κύβο, πόσοι το λιγότερο $1 \times 1 \times 1$ μαύροι κύβοι χρειάζονται να τοποθετηθούν μέσα του ώστε ο μεγάλος κύβος να γίνει αδιαφανής;

- A) 6 B) 9 Γ) 10 Δ) 12 Ε) 18



14) Στο σχήμα βλέπουμε ένα κανονικό πολύγωνο με 9 πλευρές. Πόσων μοιρών είναι η γωνία $\hat{x}$;

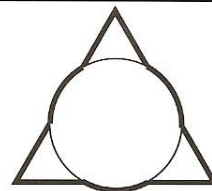
- A) 40° B) 45° Γ) 50°
Δ) 55° Ε) 60°



15) Ποιο είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - 2008^2 + 2009^2$;

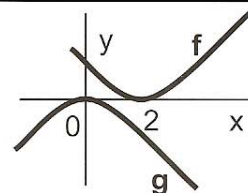
- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 Ε) 5

16) Πάνω σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς 3 τοποθετούμε έναν κύκλο ακτίνας 1, έτσι ώστε το κέντρο του κύκλου να συμπίπτει με το σημείο τομής των μεσοκαθέτων του ισόπλευρου τριγώνου. Πόσο είναι το μήκος της περιμέτρου του σχήματος που προκύπτει;



- A) $3 + 2\pi$ B) $6 + \pi$ Γ) $9 + \frac{\pi}{3}$ Δ) 3π Ε) $9 + \pi$

17) Στο σχήμα βλέπουμε τα γραφήματα δύο συναρτήσεων f και g . Ποια είναι η σχέση μεταξύ των f και g ;



- A) $g(x) = f(x + 2)$ B) $g(x - 2) = -f(x)$ Γ) $g(x) = -f(-x + 2)$
Δ) $g(-x) = -f(-x + 2)$ Ε) $g(2 - x) = -f(x)$

18) Σε ένα μαθηματικό διαγωνισμό πήραν μέρος 100 μαθητές. Από τα τέσσερα προβλήματα που είχαν να λύσουν, 90 μαθητές έλυσαν το πρώτο πρόβλημα, 85 έλυσαν το δεύτερο, 80 έλυσαν το τρίτο και 70 έλυσαν το τέταρτο. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός μαθητών που σίγουρα έλυσαν και τα τέσσερα προβλήματα;

- A) 10 B) 15 Γ) 20 Δ) 25 Ε) 30

19) Ποιος είναι ο πιο μικρός φυσικός αριθμός N με την ιδιότητα ο $(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \dots \cdot (N^2 - 1)$ να είναι τέλειο τετράγωνο φυσικού αριθμού;

- A) 6 B) 8 Γ) 16 Δ) 27 Ε) άλλη απάντηση

20) Το διπλανό σχήμα δείχνει ένα 3×3 τετράγωνο το οποίο είναι συμπληρωμένο με πραγματικούς αριθμούς έτσι ώστε το άθροισμα των αριθμών σε κάθε μία από τις στήλες, σε κάθε μία από τις γραμμές και σε κάθε μία από τις δύο διαγώνιες είναι το ίδιο. Μερικοί από τους αριθμούς έσβησαν αλλά φαίνονται δύο από αυτούς. Ποιος είναι ο αριθμός στη θέση α ;

α		
		10
	20	

- A) 5 B) 10 Γ) 15 Δ) 25 Ε) κανένα από τα προηγούμενα

Ερωτήσεις 5 βαθμών:

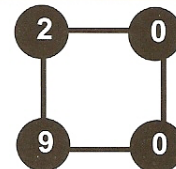
21) Δύο αθλήτριες, η Άννα και η Βάσω κάνουν έναν αγώνα δρόμου σε ένα κυκλικό στάδιο. Η κάθε μία τρέχει με σταθερή ταχύτητα. Η Άννα, που είναι γρηγορότερη από τη Βάσω, χρειάζεται 3 λεπτά για να κάνει ένα γύρο. Οι δύο αθλήτριες ξεκίνησαν συγχρόνως και 8 λεπτά αργότερα η Άννα ξαναέφτασε τη Βάσω, για πρώτη φορά. Πόσο χρόνο χρειάζεται η Βάσω για να κάνει έναν γύρο;

- A) 6 λεπτά B) 8 λεπτά Γ) 4 λεπτά και 30 δευτ. Δ) 4 λεπτά και 48 δευτ. Ε) 4 λεπτά και 20 δευτ.

22) Έστω N το πλήθος όλων των οκταψηφίων αριθμών που γράφονται με 8 διαφορετικά ψηφία, όλα διαφορετικά του 0. Από αυτούς τους αριθμούς, έστω M το πλήθος εκείνων που, επιπρόσθετα, τυχαίνει να είναι πολλαπλάσια του 9. Τότε

- A) $M = \frac{N}{8}$ B) $M = \frac{N}{3}$ Γ) $M = \frac{N}{9}$ Δ) $M = \frac{8N}{9}$ Ε) $M = \frac{7N}{8}$

23) Γράφουμε τους αριθμούς 2, 0, 0, 9 στις κορυφές του τετραγώνου, όπως δείχνει το σχήμα. Σε κάθε κίνηση επιλέγουμε μία πλευρά του τετραγώνου και είτε προσθέτουμε μία μονάδα και στους δύο αριθμούς της πλευράς είτε αφαιρούμε μία μονάδα και από τους δύο αριθμούς της πλευράς. Σε ποιο από τα παρακάτω δεν μπορούμε να καταλήξουμε, επαναλαμβάνοντας την διαδικασία όσες φορές χρειαστεί;



- A) B) Γ) Δ)

Ε) μπορούμε να καταλήξουμε και στα τέσσερα προηγούμενα

24) Για πόσους φυσικούς αριθμούς $N \geq 3$ υπάρχουν N -γωνα (όχι κανονικά) που οι γωνίες τους είναι της μορφής $\theta, 2\theta, 3\theta, \dots, N\theta$ (για κάποιο $\theta > 0$) και είναι όλες μικρότερες από 180° ;

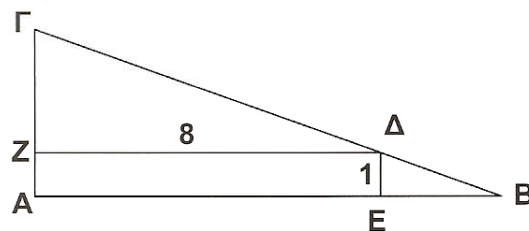
- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 5 Ε) περισσότεροι από 5

25) Οκτώ χαρτιά αριθμημένα με τους αριθμούς 1 έως 8 έχουν μοιραστεί σε δύο κουτιά Α και Β. Το άθροισμα των αριθμών στο Α είναι όσο το άθροισμα των αριθμών στο Β. Το Α έχει μέσα του τρία από τα οκτώ χαρτιά. Ποια από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σίγουρα σωστή;

- A) τρία από τα χαρτιά στο κουτί Β είναι αριθμημένα με περιττό αριθμό
B) τέσσερα από τα χαρτιά στο κουτί Β είναι αριθμημένα με άρτιο αριθμό
Γ) το χαρτί με τον αριθμό 1 δεν είναι στο κουτί Β
Δ) το χαρτί με τον αριθμό 2 είναι στο κουτί Β
Ε) το χαρτί με τον αριθμό 5 είναι στο κουτί Β

26) Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ το σημείο Δ της υποτεινουσας απέχει 1 και 8 από τις κάθετες πλευρές. Αν $\Delta E \cdot AB = \Gamma Z \cdot A\Gamma$, πόσο είναι το μήκος της AB ;

- A) $8 + 2\sqrt{2}$ B) $11 - \sqrt{2}$ Γ) 10
Δ) $8 + 3\sqrt{2}$ Ε) $11 + \frac{\sqrt{2}}{2}$



27) Αν α, β, γ μη μηδενικοί πραγματικοί αριθμοί με $\alpha + \beta \neq 0, \beta + \gamma \neq 0, \gamma + \alpha \neq 0$, πόσες δυνατές τιμές μπορεί να έχει το κ αν $\kappa = \frac{\alpha}{\beta + \gamma} = \frac{\beta}{\gamma + \alpha} = \frac{\gamma}{\alpha + \beta}$;

- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 Ε) 6

28) Χωρίζουμε τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 σε N ομάδες σύμφωνα με τους ακόλουθους περιορισμούς

- κάθε ένας από τους αριθμούς βρίσκεται σε ακριβώς μία από τις N ομάδες.
- κάθε ομάδα περιέχει τουλάχιστον δύο από τους αριθμούς.
- αν δύο από τους αριθμούς βρίσκονται στην ίδια ομάδα, τότε το άθροισμα τους δεν είναι πολλαπλάσιο του 3.

Ποιος είναι ο μικρότερος N που έχει αυτή την ιδιότητα;

- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 Ε) 6

29) Σε μια ομάδα από κλόουν, το αριστερό παπούτσι κάθε άνδρα είναι δύο νούμερα πιο μεγάλο από το δεξί ενώ το αριστερό παπούτσι κάθε γυναίκας κλόουν είναι ένα νούμερο πιο μεγάλο από το δεξί. Για να γλυτώσουν χρήματα, η ομάδα των κλόουν αγόρασε μαζί μερικά (κανονικά) ζευγάρια παπούτσια. Όταν το κάθε μέλος της ομάδας πήρε το ζευγάρι παπούτσια που χρειαζόταν, περίσσεψαν δύο παπούτσια. Το ένα ήταν νούμερο 45 και το άλλο νούμερο 36. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός κλόουν στην ομάδα;

- A) 5 B) 6 Γ) 7 Δ) 8 Ε) 9

30) Στον πίνακα είναι γραμμένοι στη σειρά οι αριθμοί 1, 3, 4, 7, 11, 18, Ο κάθε επόμενος, από τον τρίτο και πέρα, ισούται με το άθροισμα των δύο προηγούμενων. Ποιο είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης του χιλιοστού αριθμού στη σειρά δια 5;

- A) 0 B) 1 Γ) 2 Δ) 3 Ε) 4