

Επώνυμο: Όνομα:

Όνομα πατέρα: e-mail:

Διεύθυνση: Τηλέφωνο:

Εξεταστικό Κέντρο:

Σχολείο προέλευσης: Τάξη:

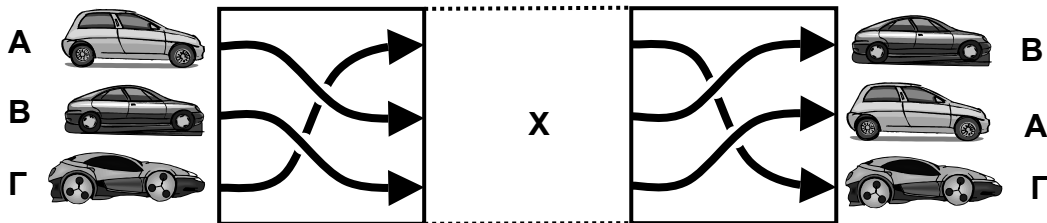
Θέματα Καγκουρό 2007

Επίπεδο: 5

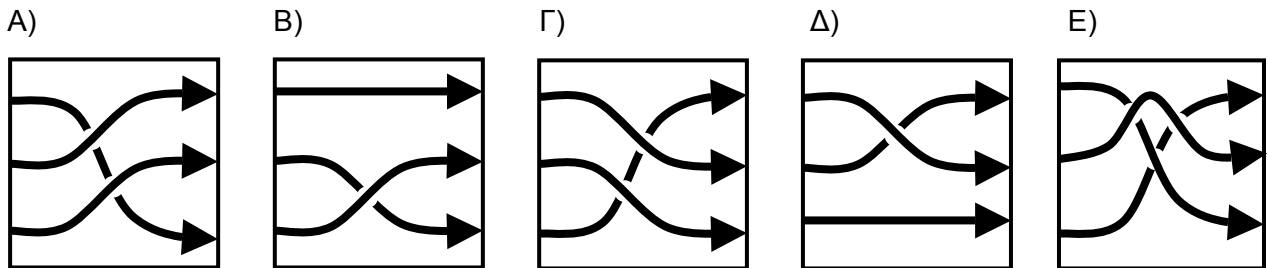
(για μαθητές της Β' και Γ' τάξης Λυκείου)

Ερωτήσεις 3 βαθμών:

1) Ο Μιχάλης σχεδιάζει ένα σύστημα δρόμων.



Ποιος από του παρακάτω χάρτες πρέπει να μπει στη θέση του Χ για να καταλήξουν τα αυτοκίνητα στο τέλος της διαδρομής με τη σειρά που δείχνει η εικόνα;

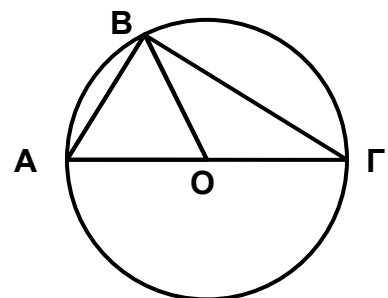


2) Τρία παιδιά έχουν μαζί 30 μπάλες. Αν ο Βασίλης δώσει 5 μπάλες στον Γιάννη, ο Γιάννης δώσει 4 στην Άννα και η Άννα δώσει δύο στον Βασίλη, τότε τα παιδιά θα έχουν ίσο αριθμό από μπάλες. Πόσες μπάλες έχει αρχικά η Άννα;

- A) 8 B) 9 Γ) 11 Δ) 12 Ε) 13

3) Το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΒ, όπου Ο το κέντρο κύκλου διαμέτρου ΑΓ, ισούται με $\sqrt{3}$. Με πόσο ισούται το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ;

- A) $2\sqrt{3}$ B) 2 Γ) 5 Δ) 4 Ε) $4\sqrt{3}$



4) Το $\frac{\eta\mu 1^\circ}{\sigma\upsilon\nu 89^\circ}$ ισούται με

A) 0

B) $\epsilon\phi 1^\circ$

Γ) $\sigma\phi 1^\circ$

Δ) $\frac{1}{89}$

E) 1

5) Μια μπάλα του μπιλιάρδου κτυπά την ακμή του τραπέζιου κατά 45° . Σε ποια τσέπη θα μπει;

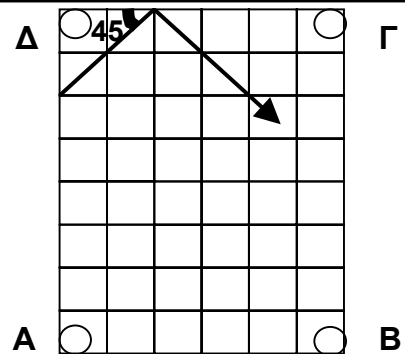
A) A

B) B

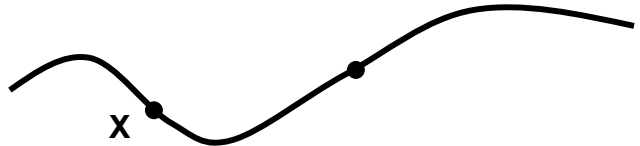
Γ) Γ

Δ) Δ

E) σε καμία



6) Μερικοί ιστορικοί ισχυρίζονται ότι οι αρχαίοι Αιγύπτιοι χρησιμοποιούσαν ένα σχοινί με δύο κόμπους για να κατασκευάζουν ορθές γωνίες. Αν το μήκος του σχοινιού είναι 12 m και ο ένας κόμπος είναι στο σημείο X το οποίο απέχει 3 m από το ένα άκρο, σε ποια απόσταση από το άλλο άκρο του σχοινιού πρέπει να μπει ο δεύτερος κόμπος για να κατασκευασθεί ορθή γωνία στο X;



A) 3

B) 4

Γ) 5

Δ) 6

E) άλλη απόσταση

7) Στις εισαγωγικές εξετάσεις ενός Πανεπιστημίου, οι υποψήφιοι πρέπει να απαντήσουν σωστά σε τουλάχιστον 80% των ερωτήσεων. Μέχρι τώρα ο Πέτρος έχει ασχοληθεί με 15 ερωτήσεις. Δεν ήξερε τις απαντήσεις σε 5 από αυτές ενώ είναι βέβαιος ότι απάντησε σωστά στις υπόλοιπες 10. Αν απαντήσει σωστά όλες τις ερωτήσεις με τις οποίες δεν έχει ασχοληθεί ακόμη, τότε ο τελικός του βαθμός θα είναι ακριβώς 80%. Πόσες ερωτήσεις έχει το διαγώνισμα;

A) 20

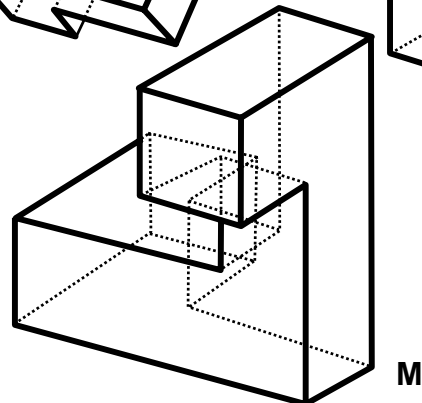
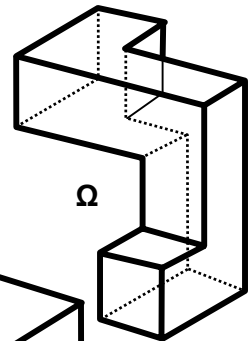
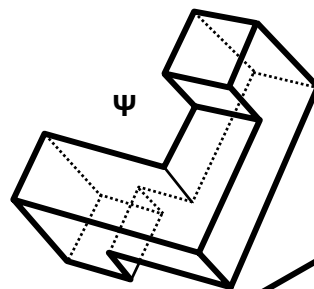
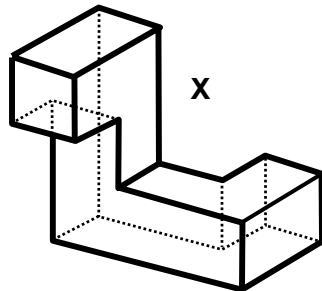
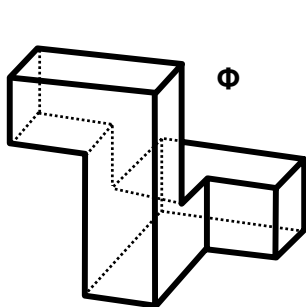
B) 25

Γ) 30

Δ) 35

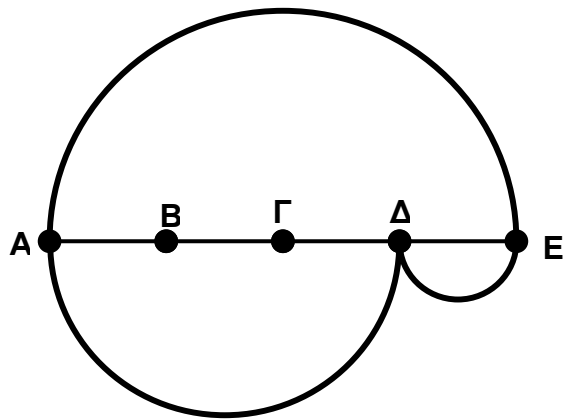
E) 40

8) Ποια από τα ακόλουθα 4 αντικείμενα (τα Φ, Χ, Ψ και Ω) είναι τα ίδια με το εικονιζόμενο παρακάτω (το Μ), αν περιστραφεί κατάλληλα στον χώρο;



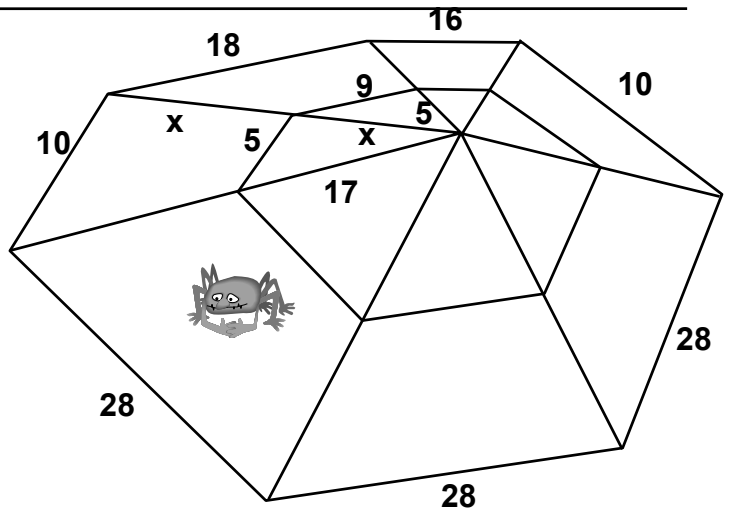
A) Φ και Ψ B) Χ και Ω Γ) μόνο το Ψ
 Δ) κανένα από αυτά E) Φ, Χ και Ψ

9) Το ΑΕ διαιρείται σε τέσσερα ίσα μέρη και γράφονται ημικύκλια με διαμέτρους τα ΑΕ, ΑΔ και ΔΕ. Σχηματίζονται έτσι μονοπάτια από το Α στο Ε, όπως στο σχήμα. Βρείτε τον λόγο του μήκους της άνω διαδρομής δια του μήκους της κάτω διαδρομής.



- A) 1 προς 2 B) 2 προς 3 Γ) 2 προς 1
 Δ) 3 προς 2 Ε) 1 προς 1

10) Μία αράχνη που έχει μαθηματικές γνώσεις κατασκεύασε έναν ιστό, μερικές από τις διαστάσεις του οποίου απεικονίζονται στο διάγραμμα. Αν το x είναι ακέραιος αριθμός, να βρεθεί η τιμή του x .



- A) 11 B) 13 Γ) 15
 Δ) 17 Ε) 19

Ερωτήσεις 4 βαθμών:

11) Δίνεται ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς μήκους 1. Σχεδιάζουμε όλα τα δυνατά τετράγωνα τα οποία έχουν τουλάχιστον δύο κοινές κορυφές με το ΑΒΓΔ. Τότε το εμβαδόν της περιοχής που καλύπτεται από ένα ή περισσότερα από αυτά τα τετράγωνα είναι

- A) 5 B) 6 Γ) 7 Δ) 8 Ε) 9

12) Η γωνία β είναι κατά 25% μικρότερη της γωνίας γ και κατά 50% μεγαλύτερη της γωνίας α . Τότε η γωνία γ είναι

- A) 25% μεγαλύτερη της γωνίας α B) 50% μεγαλύτερη της γωνίας α
 Γ) 75% μεγαλύτερη της γωνίας α Δ) 100% μεγαλύτερη της γωνίας α
 Ε) 125% μεγαλύτερη της γωνίας α

13) Αν $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, όπου x και y ακέραιοι, τότε η τιμή του x είναι

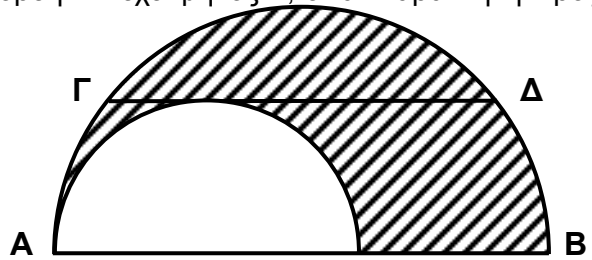
- A) 0 B) 3 Γ) -1 Δ) 1 Ε) 2

14) Η τιμή της παράστασης
 $\text{συν}1^0 + \text{συν}2^0 + \text{συν}3^0 + \dots + \text{συν}358^0 + \text{συν}359^0$
 είναι

- A) 1 B) π Γ) 0 Δ) 10 Ε) -1

15) Γράφουμε δύο ημικύκλια όπως στο σχήμα. Η χορδή ΓΔ έχει μήκος 4, είναι παράλληλη προς την διάμετρο ΑΒ του μεγάλου ημικυκλίου και εφάπτεται του μικρότερου ημικυκλίου. Τότε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου είναι

- A) π B) $\frac{3}{2}\pi$ Γ) 2π Δ) 3π
 E) Δεν επαρκούν οι πληροφορίες



16) Το άθροισμα πέντε διαδοχικών ακεραίων ισούται με το άθροισμα των επόμενων τριών διαδοχικών ακεραίων. Τότε ο μεγαλύτερος από τους οκτώ αυτούς ακεραίους ισούται με

- A) 4 B) 8 Γ) 9 Δ) 11 E) άλλη απάντηση

17) Ο Τάσος γεννήθηκε την ημέρα των 20-στών γενεθλίων της μητέρας του, οπότε γιορτάζουν μαζί της επέτειο της γέννησής τους. Πόσες φορές η ηλικία του Τάσου θα είναι διαιρέτης της ηλικίας της μητέρας του, αν ζήσουν και οι δύο μέχρι τα βαθιά γεράματα;

- A) 4 B) 5 Γ) 6 Δ) 7 E) 8

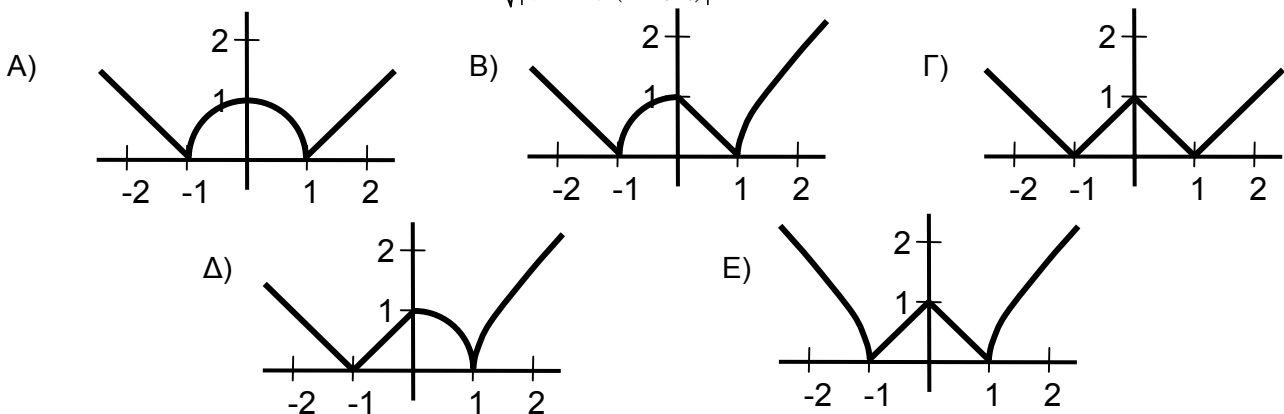
18) Ένα νησί κατοικείται από ιππότες και από κανίβαλους. Κάθε ιππότης λέει πάντα την αλήθεια και κάθε κανίβαλος λέει πάντα ψέματα. Κάποτε ζητήθηκε από έναν κάτοικο, που λεγόταν Α, να δώσει πληροφορίες για τον εαυτό του καθώς και για έναν δεύτερο κάτοικο του νησιού, που λεγόταν Β. Εκείνος απάντησε ότι τουλάχιστον ένας από τους Α και Β είναι ψεύτης. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι αληθείς;

- A) Ο Α δεν έχει την δυνατότητα να ισχυριστεί όσα είπε
 B) Και οι δύο είναι ψεύτες.
 Γ) Και οι δύο είναι ιππότες.
 Δ) Ο Α είναι ψεύτης και ο Β είναι ιππότης.
 E) Ο Β είναι ψεύτης και ο Α είναι ιππότης.

19) Να βρεθεί το πλήθος των ακεραίων λύσεων της $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

- A) 30 B) 24 Γ) 12 Δ) 6 E) 3

20) Το γράφημα της συνάρτησης $y = \sqrt{(1+x)(1-|x|)}$ είναι



Ερωτήσεις 5 βαθμών:

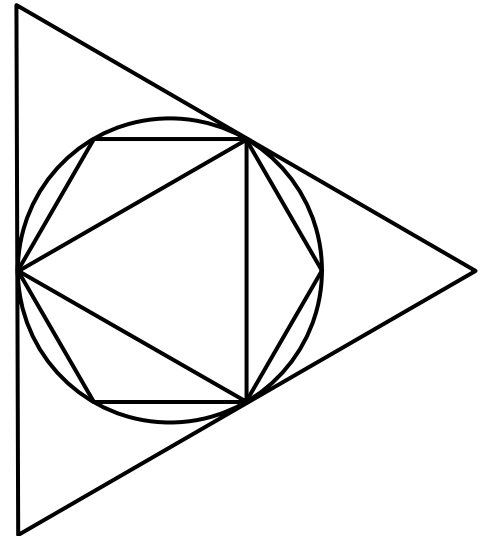
21) Ποιος από τους ακόλουθους αριθμούς δεν γράφεται στην μορφή $x + \sqrt{x}$, όπου ο x είναι φυσικός αριθμός;

- A) 870 B) 110 Γ) 90 Δ) 60 Ε) 30

22) Αν $\frac{2f(x)}{3f(x)+4} = x$, τότε $f(x) =$

- A) $f(x) = \frac{3x+4}{2x}$ B) $f(x) = \frac{3x}{2x+4}$ Γ) $f(x) = \frac{2x+4}{4x}$ Δ) $f(x) = \frac{4x}{2-3x}$ Ε) άλλη απάντηση

23) Ένα ισόπλευρο τρίγωνο και ένα κανονικό εξαγώνο είναι εγγεγραμμένα σε έναν κύκλο. Με τη σειρά του, ο κύκλος είναι εγγεγραμμένος σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο (βλέπε σχήμα). Το εμβαδόν του μεγάλου τριγώνου είναι S_1 , το εμβαδόν του μικρού τριγώνου είναι S_2 και το εμβαδόν του εξαγώνου είναι S_3 . Ποια από τις ακόλουθες είναι η σωστή σχέση μεταξύ τους;



- A) $S_3 = \sqrt{S_1 \cdot S_2}$ B) $S_3 = \frac{S_1 + S_2}{2}$
 Γ) $S_1 = S_2 + S_3$ Δ) $S_3 = \sqrt{S_1^2 \cdot S_2^2}$
 Ε) $S_1 = S_3 + 3S_2$

24) Από πόσες μοίρες είναι η κάθε οξεία γωνία ενός ρόμβου αν η πλευρά του είναι ο γεωμετρικός μέσος των διαγωνίων του;

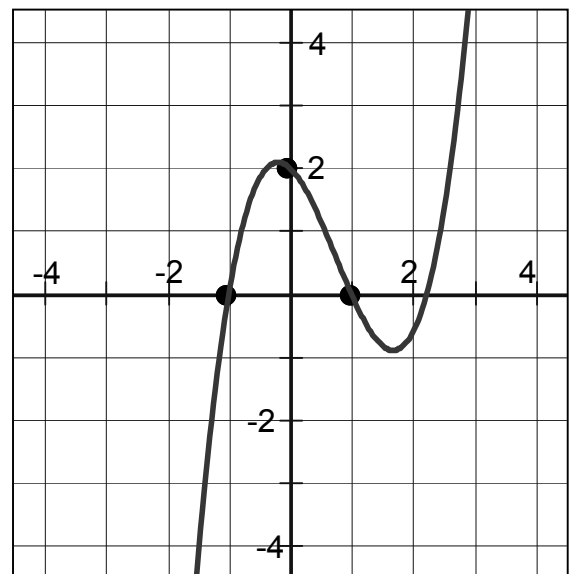
- A) 15° B) 30° Γ) 45° Δ) 60° Ε) 75°

25) Στο διάγραμμα δεξιά απεικονίζεται ένα τμήμα του γραφήματος της συνάρτησης

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + gx + \delta.$$

Πόσο είναι το β ;

- A) -4 B) -2 Γ) 0
 Δ) 2 Ε) 4



26) Να βρεθεί πόσοι πραγματικοί αριθμοί α υπάρχουν αν η δευτεροβάθμια εξίσωση $x^2 + \alpha x + 2007 = 0$ έχει και τις δύο ρίζες της ακέραιους αριθμούς.

- A) 3 B) 4 Γ) 6 Δ) 8 Ε) άλλη απάντηση

27) Το άθροισμα $\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$ ισούται με

- A) $\frac{999}{1000}$ B) $\frac{99}{100}$ Γ) $\frac{9}{10}$ Δ) 9 Ε) 1

28) Σε ένα χρηματοκιβώτιο υπάρχουν μερικά περιδέραια (τουλάχιστον δύο). Όλα τα περιδέραια έχουν το ίδιο πλήθος από διαμάντια (τουλάχιστον δύο) και το συνολικό πλήθος των διαμαντιών στο χρηματοκιβώτιο είναι πάνω από 200 αλλά κάτω από 300. Αν μας έλεγε κανείς το ακριβές πλήθος των διαμαντιών στο χρηματοκιβώτιο, τότε θα μπορούσαμε να συμπεράνουμε, χωρίς καμία αμφιβολία, και το ακριβές πλήθος των περιδέραιων. Πόσα είναι τα περιδέραια στο χρηματοκιβώτιο;

- A) 16 B) 17 Γ) 19 Δ) 25 Ε) άλλη απάντηση

29) Τα ψηφία της ακολουθίας 123451234512345 ... τοποθετούνται διαδοχικά στα τετράγωνα ενός πλέγματος, ακολουθώντας σπειροειδή διάταξη, αρχίζοντας από το σημειωμένο τετράγωνο (βλέπε σχήμα). Ποιο ψηφίο θα τοποθετηθεί στο τετράγωνο το οποίο βρίσκεται 100 τετράγωνα πάνω από το σημειωμένο;

- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 Ε) 5

	1	2	3	.	.	.
	5	2	3	4	5	.
	4	1	1	2	1	
	3	5	4	3	2	
	2	1	5	4	3	

30) Η ακολουθία 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, ... περιέχει σε αύξουσα διάταξη όλες τις δυνάμεις του 3 και όλους τους φυσικούς αριθμούς που μπορούν να γραφούν ως άθροισμα διαφορετικών δυνάμεων του 3. Ποιος είναι ο 100-στός όρος της ακολουθίας;

- A) 150 B) 981 Γ) 1234 Δ) 2401 Ε) 3^{100}